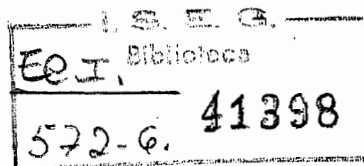


**UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA**

**INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO**



H7J415.33.P67 746  
1994

## **A PROCURA RESIDENCIAL DE ELECTRICIDADE EM PORTUGAL**

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de doutor em Economia,  
tendo sido orientada pelo Professor Doutor Manuel Victor Moreira Martins

**José Manuel Zorro Mendes**

**Maio de 1994**

À Dulce

Aos meus pais

A realização desta dissertação de doutoramento não foi um acto isolado, muito ficando a dever o autor ao contributo de várias pessoas com quem discutiu inúmeros aspectos do trabalho ou que lhe proporcionaram a obtenção de dados para a parte empírica - a todas elas aqui ficam os agradecimentos do autor.

De entre essas pessoas seria uma injustiça não mencionar expressamente algumas, pelos valiosos contributos prestados.

Em primeiro lugar, o orientador desta dissertação - o Professor Doutor Victor Martins - a quem o autor agradece a orientação precisa e eficiente, a disponibilidade para discutir e aclarar diversas questões levantadas durante a realização do trabalho, a paciência e a minúcia na leitura crítica das versões prévias do texto e, finalmente, mas não menos importante, o estímulo para ultrapassar as dificuldades surgidas e avançar com o trabalho em bom ritmo.

No domínio da obtenção dos dados para a parte empírica ficam aqui expressos os devidos agradecimentos ao Eng. Victor Baptista, ao Eng. Seca Teixeira, ao Eng. Carlos Dourado e à Dra. Júlia Boucinha, todos da Electricidade de Portugal, à Enga. Manuela Beja Neves, da Direcção Geral de Energia, à Dra. Fátima Espírito Santo e à Enga. Gabriela Borrego, ambas do Instituto Nacional de Meteorologia e Geofísica. Também as três instituições aqui citadas merecem os meus agradecimentos pela disponibilidade manifestada.

Para a Dulce, pela sua ajuda na concepção dos gráficos e, sobretudo, pelo seu estímulo e apoio, aqui ficam os meus agradecimentos especiais.

As contribuições das pessoas aqui agradecidas não isentam o autor da total responsabilidade pela eventual existência de quaisquer erros ou omissões.

## SIGLAS UTILIZADAS

CE - Comunidade Europeia  
DGE - Direcção Geral de Energia  
EDP - Electricidade de Portugal  
EIE - Estatísticas das Instalações Eléctricas  
FAT - Fundo de Apoio Térmico  
GPL - gás de petróleo liquefeito  
INE - Instituto Nacional de Estatística  
INMG - Instituto Nacional de Meteorologia e Geofísica  
IPC - Índice de Preços no Consumidor  
IVA - imposto sobre o valor acrescentado  
kVA - kilovolts-ampere  
kWh - kilowatts-hora  
MWh - megawatts-hora  
PEN - Plano Energético Nacional  
PIB - produto interno bruto  
PIB<sub>pm</sub> - produto interno bruto a preços de mercado  
tep - tonelada de equivalente petróleo

# ÍNDICE

	pg.
Introdução Geral	1
Capítulo 1 - Elementos da economia do subsector eléctrico em Portugal	8
1.1 - Introdução	9
1.2 - A electricidade e o sector energético	11
1.3 - A economia do subsector eléctrico	16
1.3.1 - A produção	16
1.3.2 - O consumo	19
1.3.3 - Os preços	24
1.4 - Perspectivas de evolução do subsector eléctrico	26
1.5 - Conclusões	30
Capítulo 2 - A procura de electricidade - teoria e modelização	31
2.1 - Introdução	32
2.2 - A especificidade da procura de electricidade	34
2.3 - O modelo teórico da procura de electricidade	40
2.3.1 - Especificação genérica do modelo: a interacção entre as procuras de curto e de longo prazos	40
2.3.2 - O processo de ajustamento do <i>stock</i> de aparelhos eléctricos	46

	pg.
2.3.3 - O preço da electricidade: como reflectir uma dada estrutura de tarifas?	57
2.3.4 - A dedução das elasticidades da procura	76
2.3.5 - As unidades observacionais do modelo e suas implicações	83
2.4 - A concretização do modelo teórico	89
2.4.1 - Especificação das formas funcionais	89
2.4.2 - Especificação das variáveis	92
2.4.3 - As elasticidades da procura	95
2.4.4 - A representação do preço da electricidade no caso português	104
2.5 - Outras alternativas de modelização da procura de electricidade	110
2.5.1 - A modelização através do <i>time-of-day</i>	110
2.5.2 - Os modelos de uso final	117
2.6 - Conclusões	122
Capítulo 3 - A procura de electricidade pelas famílias em Portugal	123
3.1 - Introdução	124
3.2 - A construção da base de dados	126
3.2.1 - Os domínios sectorial, espacial e temporal do estudo	126
3.2.2 - A trimestralização dos consumos domésticos de electricidade	130
3.2.3 - A representação do preço da electricidade	137
3.2.4 - O preço de uma energia alternativa - o gás	141
3.2.5 - O rendimento disponível	143
3.2.6 - A temperatura	145
3.2.7 - O preço dos aparelhos eléctricos e não eléctricos	146
3.3 - A estimação dos modelos de procura de electricidade	148

	pg.
3.4 - Análise dos resultados	156
3.5 - Conclusões	184
Conclusões Gerais	186
Bibliografia	192
Anexos	201
Anexo 1 - Determinação do ponto de inflexão da função de <i>stock</i> e do valor que esta assume nesse ponto	202
Anexo 2 - Determinação da estrutura óptima de tarifas à luz da teoria do monopólio regulamentado	207
Anexo 3 - Dedução do modelo de procura de electricidade nas formas log-linear e translog	225
1 - Dedução do modelo de procura de electricidade na forma log-linear	225
2 - Dedução do modelo de procura de electricidade na forma translog	227
Anexo 4 - Processo de trimestralização de uma variável - modelo teórico	230
Anexo 5 - Variáveis utilizadas na trimestralização dos consumos de electricidade pelas famílias	239
Anexo 6 - Trimestralização dos consumos de electricidade pelas famílias - programas informáticos e resultados	242
1 - Programa de trimestralização dos consumos de electricidade pelas famílias (consumos totais)	243
2 - Consumos trimestrais de electricidade pelas famílias - flutuação da totalidade dos consumos anuais pelos trimestres, em função da temperatura	250

	pg.
3 - Programa de trimestralização dos consumos de electricidade pelas famílias (21% dos consumos)	252
4 - Consumos trimestrais de electricidade pelas famílias - flutuação de 21% dos consumos anuais pelos trimestres, em função da temperatura, sendo os restantes 79% divididos igualmente pelos 4 trimestres de cada ano	259
Anexo 7 - Consumos trimestrais de electricidade pelas famílias - em kWh por habitante servido	261
Anexo 8 - Variáveis representativas do preço da electricidade	264
Anexo 9 - Índice de preços do gás	266
Anexo 10 - <i>Proxies</i> do rendimento disponível	268
Anexo 11 - Índice de preços dos aparelhos eléctricos e não eléctricos	270
Anexo 12 - Dedução da equação estimável do modelo translog	272
Anexo 13 - Designações atribuídas às variáveis nas equações da procura de electricidade estimadas (presentes nos Anexos 14, 15, 16 e 17)	276
Anexo 14 - Modelo log-linear com o preço médio - estimação e resultados	278
Anexo 15 - Modelo translog com o preço médio - estimação e resultados	287
Anexo 16 - Modelo log-linear com a taxa de potência e o preço marginal - estimação e resultados	296
Anexo 17 - Modelo translog com a taxa de potência e o preço marginal - estimação e resultados	305



# INTRODUÇÃO GERAL

Num passado não muito longínquo a energia não era considerada um bem economicamente relevante, dada a sua abundância e os baixos preços praticados. No entanto, o vertiginoso aumento dos preços do petróleo durante a década de 70 (os chamados "choques petrolíferos" de 1973 e 1979) veio inverter esta situação e colocar em relevo algumas questões relacionadas com o tipo de desenvolvimento económico adoptado:

- o crescimento económico baseado em indústrias intensivas em energia não conduzirá, num prazo não muito longo, a uma escassez das reservas energéticas, contribuindo para um aumento generalizado dos preços da energia e, pior ainda, para uma situação de ruptura no abastecimento energético?
- a melhoria das condições de vida das populações, com o aumento do *stock* de bens consumidores de energia, em conjunto com a questão colocada no parágrafo anterior, não conduzirão a uma destruição da natureza, afectando irreversivelmente o ecossistema do planeta?
- em suma, o que se deverá fazer hoje, para que amanhã não se coloquem os problemas indiciados nas duas questões anteriores?

Economistas, engenheiros e demais especialistas em questões energéticas têm-se empenhado na procura de uma resposta para esta última interrogação e as soluções apontam, grosso modo, para a diversificação das fontes de energia, em especial, para o desenvolvimento de tecnologia que permita aproveitar as chamadas "novas energias renováveis", para a utilização racional da energia (isto é, tentar satisfazer as mesmas necessidades com menos consumo de

energia, através de um aumento do rendimento energético dos aparelhos ou dos sistemas de produção de energia) e para o desenvolvimento de tecnologias energéticas "limpas" (ou seja, tecnologias que produzem energia, mas que minimizam os impactos ambientais). Para concretizar estas linhas gerais e para as implementar dum ponto de vista económico, torna-se necessário um conhecimento aprofundado das várias componentes do sector energético, aí se incluindo a avaliação do comportamento dos agentes económicos, enquanto produtores e consumidores de energia.

Toda esta problemática, que se pode (e deve) equacionar à escala planetária, assume especial relevo no caso português, onde os consumos de energia têm apresentado um significativo crescimento nos últimos anos. Esta expansão dos consumos de energia tem o seu expoente no subsector eléctrico, sendo a electricidade a forma de energia cujos consumos mais têm crescido. O importante impacto da procura de electricidade no conjunto do sistema energético do país, quer do lado da procura, como determinante da estrutura desta (não se esqueça que a procura de electricidade é uma componente significativa da procura global de energia e que a electricidade encerra algumas possibilidades de substituição com outras formas de energia), quer do lado da oferta (basta ver que a procura de electricidade vai determinar a capacidade instalada para a satisfazer, por parte das empresas electroprodutoras, capacidade instalada essa que exige vultuosos investimentos de forte - ou até exclusiva - componente pública), justifica, por si só, a atenção e o investimento dirigidos a estudos sobre a procura de electricidade, no intuito de a modelizarem e apreenderem as interacções que aí se estabelecem, o que permite avaliar os seus determinantes e a forma como estes a afectam, bem como efectuar previsões. É neste âmbito que se insere o presente trabalho, sendo seu objectivo genérico, estudar o comportamento dos consumidores domésticos de electricidade em Portugal (ou seja, estudar a chamada procura residencial de electricidade ou procura de electricidade pelas famílias).

Para alcançar o objectivo genérico atrás enunciado é necessário dar resposta a algumas questões parcelares:

- Qual será a melhor forma de modelizar a procura de electricidade em Portugal?

Esta questão, de extrema importância, pois a sua resposta vai fornecer uma "grelha" de leitura da realidade que permitirá estudar o comportamento dos consumidores domésticos de electricidade em Portugal, subdivide-se em alguns tópicos ou subquestões:

- como se deverá reflectir, na modelização da procura de electricidade, o facto de esta ser uma procura derivada (ou seja, uma procura que se exerce através de um *stock* de aparelhos eléctricos, os quais propiciam a satisfação de determinadas necessidades)?
- como se deverá processar o ajustamento entre o *stock* efectivo e o *stock* desejado de aparelhos eléctricos (o que tem fortes implicações na distinção entre comportamentos de curto e de longo prazo dos consumidores)?
- quais são as formas funcionais mais adequadas na explicitação da relação entre a procura de electricidade e as respectivas variáveis explicativas?
- quais as variáveis explicativas a considerar na explicação da procura de electricidade e, em particular, como representar a estrutura tarifária do preço da electricidade?
- Quais as grandes diferenças de comportamento do consumidor (português) doméstico de electricidade entre o curto e o longo prazos?
- Qual a sensibilidade do consumidor (português) doméstico de electricidade face às diferentes variáveis explicativas? Em que medida é que essa sensibilidade é muito

ou pouco distinta da verificada em relação aos consumidores domésticos de electricidade de outros países?

Para responder a estas questões e atingir o objectivo do trabalho procederam-se a algumas opções de natureza metodológica.

Em primeiro lugar, refira-se que as diversas abordagens da procura de electricidade podem enquadrar-se em dois grandes grupos:

- Um primeiro grupo, formado pelos estudos que colocam a ênfase nas relações técnicas que se estabelecem no âmbito da procura de electricidade. Em geral, são estudos que partem da identificação dos consumos de energia útil que os consumidores têm de efectuar (através do uso de algum ou alguns aparelhos eléctricos) para satisfazer determinadas necessidades. Por sua vez, estes consumos de energia útil induzem consumos de energia final (relembre-se que a energia útil é a energia estritamente necessária para satisfazer uma dada necessidade, enquanto que a energia final é a energia total consumida no local para que a necessidade seja satisfeita), sendo a passagem de uns para outros feita com base nos rendimentos energéticos dos diversos tipos de aparelhos eléctricos envolvidos. Em suma, são modelos que fazem a ligação entre as necessidades e os consumos de energia final através da ventilação de uma estrutura de relações técnicas (físicas).
- Um segundo grupo, formado pelos estudos que privilegiam o comportamento dos consumidores no âmbito da procura de electricidade. Em geral, são estudos que consideram um dado conjunto de variáveis (as variáveis explicativas) como determinantes da procura de electricidade (a variável a explicar), procurando apreender a resposta do consumidor (ou seja, o maior ou menor consumo de electricidade que este realiza) face a variações das variáveis explicativas. Estes estudos seguem, na sua maioria, uma metodologia econométrica e utilizam

(embora não exclusivamente) variáveis económicas de preços e rendimentos como variáveis explicativas.

Existem, também, algumas abordagens híbridas, no sentido em que procuram abarcar os aspectos técnicos e os aspectos comportamentais da procura de electricidade, integrando alguns elementos de cada um dos tipos de análise.

O presente trabalho, pelo objectivo que prossegue, e pelas questões parcelares que visa responder, insere-se nitidamente no segundo grupo acima referido, abordando as questões fundamentais de um estudo econométrico da procura de electricidade:

- considera-se um processo de ajustamento parcial para a procura de electricidade, uma vez que esta é uma procura derivada;
- propõem-se, não só formas funcionais não flexíveis, mas também, formas funcionais flexíveis para a explicitação da relação entre a procura de electricidade e as suas variáveis explicativas (as formas funcionais flexíveis não impõem restrições *a priori*, ao invés das tradicionais formas funcionais lineares ou log-lineares - ambas não flexíveis - o que se traduz em elasticidades não constantes, mas sim, variáveis em função do nível das variáveis explicativas);
- discute-se o problema da representação da estrutura tarifária da electricidade na especificação econométrica, uma vez que a habitual variável "preço médio da electricidade" não parece ser a solução adequada. Esta discussão é realizada, não só a um nível teórico geral (seguindo de perto a metodologia proposta por Taylor [veja-se Taylor (1975)] e comumente adoptada, desde então), mas também ao nível do caso português, o que irá permitir extrair algumas conclusões sobre a possibilidade de instituir uma fórmula *standard* para a explicitação da estrutura tarifária do preço da electricidade, ou se, pelo contrário, essa explicitação só

poderá ser considerada caso a caso, dependendo da particular estrutura tarifária em estudo.

Com esta metodologia pensa-se conseguir uma modelização credível do comportamento das famílias, no âmbito da procura de electricidade em Portugal, contribuindo para um melhor conhecimento das interacções que aí se estabelecem.

Para realizar esta abordagem da procura de electricidade pelas famílias em Portugal, o presente trabalho estrutura-se da seguinte forma:

- Nesta Introdução Geral, explicitam-se os objectivos do trabalho, as linhas gerais da metodologia seguida e o plano geral da obra.
- No Capítulo 1, procura-se enquadrar a procura de electricidade, dando uma breve caracterização do subsector eléctrico português, focando aspectos relacionados com a sua importância no contexto do sector energético, a produção e o consumo de electricidade, os preços da electricidade e algumas perspectivas de evolução (do subsector eléctrico) à luz dos estudos realizados no âmbito do Plano Energético Nacional (PEN).
- No Capítulo 2, explana-se a teoria subjacente à modelização da procura de electricidade. Nesta discussão teórica não são esquecidas as grandes questões da procura de electricidade: a procura derivada de electricidade, a qual induz um processo de ajustamento entre o *stock* efectivo e o *stock* desejado de aparelhos eléctricos (e conduz, em termos de resultados, à distinção entre elasticidades de curto e de longo prazos); a escolha entre formas funcionais não flexíveis (no caso, a função log-linear) e formas funcionais flexíveis (no caso, a função *translog*) para representar as funções de procura envolvidas; o problema da representação da estrutura tarifária da electricidade na função de procura, bem mais complexo do que

a simples opção pelo "preço médio" da electricidade, o qual é analisado, quer a um nível geral (no ponto 2.3.3), quer no contexto do caso português (no ponto 2.4.4).

- No Capítulo 3, desenvolve-se uma aplicação dos modelos apresentados na exposição teórica à procura de electricidade pelas famílias em Portugal, tendo-se o cuidado de explicitar as devidas adaptações quando tal foi necessário. Na construção da base de dados subjacente a esta aplicação, é de realçar a trimestralização dos consumos domésticos de electricidade, o que é explanado no ponto 3.2.2 e nos Anexos 4, 5 e 6.
- Nas Conclusões Gerais, enunciam-se as principais conclusões do trabalho, quer do ponto de vista dos resultados obtidos, quer do ponto de vista da metodologia seguida, procurando-se responder às questões colocadas nesta Introdução Geral e atingir o objectivo da dissertação.

Encerra-se o trabalho com dois pontos: a Bibliografia, onde se listam todas as referências bibliográficas consultadas, quer a nível teórico, quer para a obtenção de dados e os Anexos, para onde se remeteram algumas deduções analíticas mais "pesadas" e extensas, a base de dados e os modelos e resultados das estimações efectuadas.

# **CAPÍTULO 1**

## **ELEMENTOS DA ECONOMIA DO SUBSECTOR ELÉCTRICO EM PORTUGAL**



## 1.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo irão apresentar-se alguns elementos da economia do subsector eléctrico em Portugal, por forma a conseguir um enquadramento deste quanto: à sua importância (do ponto de vista dos consumos) no conjunto do sector energético; à sua estrutura interna nos domínios da produção, do consumo e dos preços; às suas previsíveis linhas de evolução.

Para explicar os elementos atrás citados, o presente capítulo foi estruturado da seguinte forma:

- Neste ponto 1.1, apresenta-se o plano do Capítulo 1.
- No ponto 1.2, procura-se avaliar o peso do subsector eléctrico no sector energético, em termos dos consumos finais de energia.
- No ponto 1.3, dá-se relevo à estrutura do subsector eléctrico, tendo-se subdividido-o em três pontos - o ponto 1.3.1, que trata dos aspectos da produção; o ponto 1.3.2, que aborda a questão dos consumos; e o ponto 1.3.3, que trata da fixação e evolução dos preços.
- No ponto 1.4, apresentam-se alguns cenários de evolução dos consumos de electricidade, tendo por referência os estudos realizados no âmbito do PEN.
- No ponto 1.5, faz-se uma pequena resenha do que foi dito neste capítulo.

Ao longo da exposição vai procurar-se, sempre que possível, fazer a comparação entre Portugal e a média da Comunidade Europeia (CE), ao mesmo tempo que se vai dar um maior

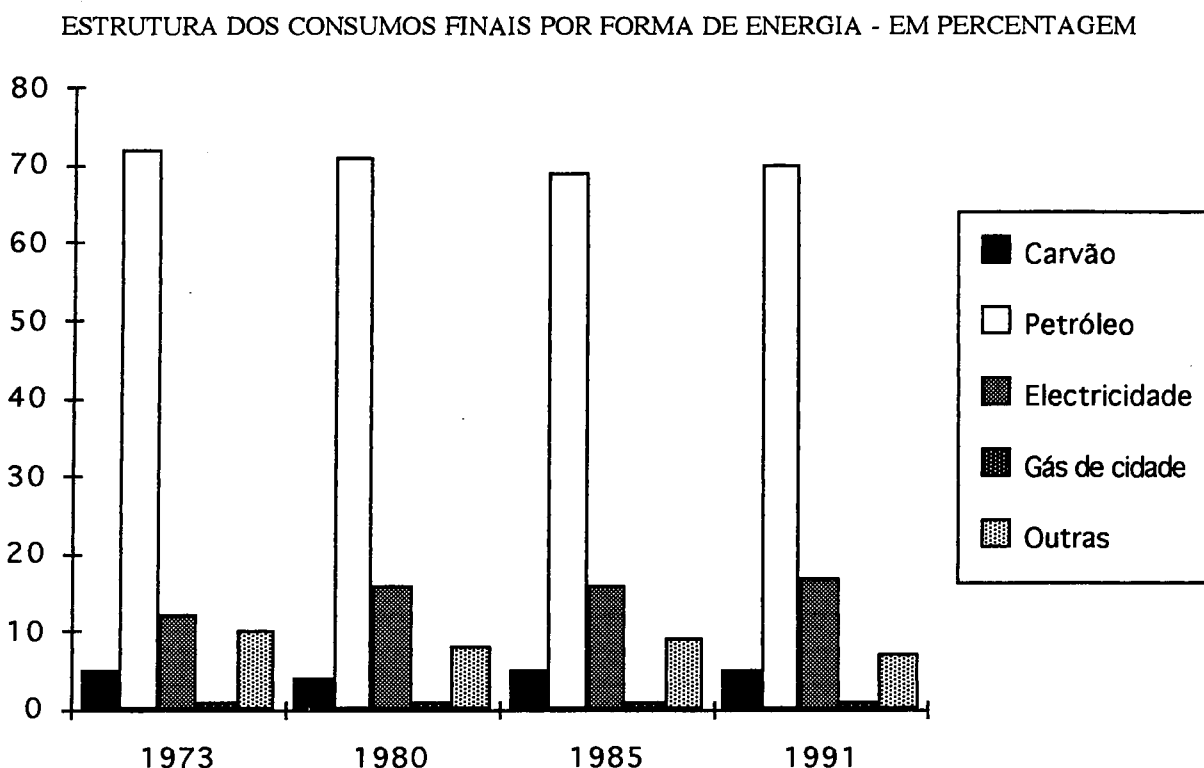
relevo ao sector das famílias, por ser este o tratado na parte empírica do trabalho, desenvolvida no Capítulo 3.

## 1.2 - A ELECTRICIDADE E O SECTOR ENERGÉTICO

Desde a sua descoberta, a electricidade exerce um fascínio sobre os consumidores: é uma energia "limpa" no local de consumo (embora não necessariamente no local da sua produção), basta carregar num simples botão para pôr a funcionar os aparelhos que a consomem e está, em geral, associada aos mais recentes desenvolvimentos tecnológicos, uma vez que os aparelhos de uso doméstico introduzidos ao longo deste século (máquinas de lavar roupa e loiça, frigoríficos, televisores, vídeos, aparelhagens de alta fidelidade, computadores e toda uma variada gama de outros electrodomésticos) funcionam com recurso exclusivo à energia eléctrica. Não é, assim, de estranhar que, com a melhoria generalizada das condições de vida em Portugal e a expansão da rede eléctrica (abrangendo hoje a quase totalidade das famílias portuguesas), esta forma de energia tenha vindo a assumir uma crescente importância nos consumos de energia final: entre 1973 e 1980, os consumos de energia final eléctrica cresceram a uma taxa média anual de 8,4%, enquanto que os consumos totais de energia final cresceram a uma taxa média anual de 4,2% [veja-se Plano Energético Nacional (1990a) - pg. 26]. Este facto veio a reflectir-se num aumento do peso dos consumos finais de electricidade nos consumos totais de energia final, o qual passou de cerca de 12% em 1973, para valores na ordem dos 16% na década de 80 [veja-se Plano Energético Nacional (1990a) - pg. 26]. Durante a década de 80, e como consequência de vários factores - entre os quais serão de realçar, o facto de a expansão da rede eléctrica ter, praticamente, atingido o seu limite máximo, a progressiva redução da actividade de indústrias intensivas em electricidade, a melhoria do rendimento energético de alguns equipamentos consumidores de electricidade e o facto de as famílias afectarem parte do seu rendimento, não tanto à aquisição de equipamentos consumidores de electricidade, mas antes

à compra de outros bens de consumo duradouro ou de investimento - os consumos de electricidade passaram a ter um crescimento não tão acima dos consumos finais totais (de 1990 para 1991, o consumo de energia final total cresceu 5,2%, enquanto que o consumo final de electricidade cresceu 5,6% [veja-se Directorate-General for Energy (DG XVII) (1993b) - pg. 92 e 94]), contribuindo para uma certa estabilização do peso dos consumos de electricidade nos consumos totais de energia final em torno dos 17%.

Esta evolução do peso dos consumos de electricidade nos consumos finais de energia pode observar-se na Figura 1 abaixo:



Notas: - esta figura foi construída com base em valores presentes em [Plano Energético Nacional (1990a) - pg. 26], [Direcção Geral de Energia (1991) - pg. 9] e [Direcção Geral de Energia (1993) - pg. 15];  
 - a rubrica "petróleo" inclui todos os derivados do petróleo e a rubrica "outras" diz respeito a outras formas de energia que não as expressamente citadas;  
 - os valores de 1991 são provisórios.

FIGURA 1

Para o conjunto dos países da CE, o peso da electricidade nos consumos de energia final assume valores semelhantes (18%, em 1991), residindo a diferença, em relação a Portugal, num menor peso dos produtos derivados do petróleo (50%, em 1991), em contrapartida de uma presença significativa do gás natural (25%, em 1991) [veja-se Directorate-General for Energy (DG XVII) (1993b) - pg. 28].

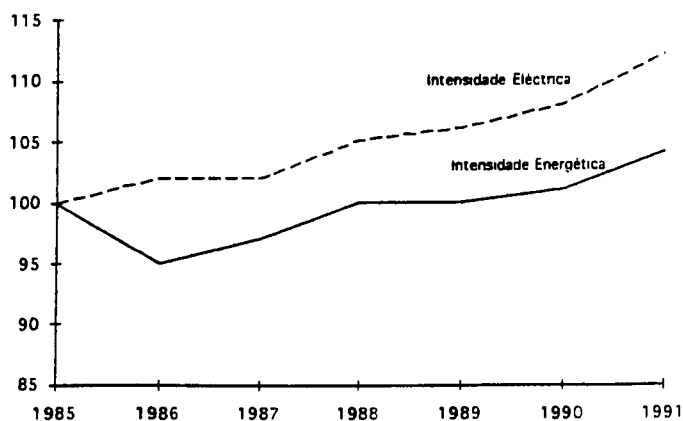
Ainda relacionado com a Figura 1, refira-se que o facto de a quota dos produtos petrolíferos nos consumos finais de energia se ter mantido sensivelmente constante, em torno dos 70%, de 1973 para 1991, se deve a uma alteração dos coeficientes de conversão do petróleo bruto utilizados pela Direcção Geral de Energia (DGE) nos balanços energéticos [veja-se Direcção Geral de Energia (1991) - pg. 4], alteração essa que, na Figura 1, já vigora para os anos de 1985 e 1991. Não fora esta modificação na contabilização do petróleo bruto, o peso dos produtos petrolíferos teria mesmo descido, embora nunca para valores semelhantes aos verificados para o conjunto da CE.

O crescimento dos consumos finais de electricidade acima do crescimento dos consumos finais das restantes formas de energia (se bem que fortemente atenuado a partir da segunda metade da década de 80) pode observar-se na evolução das intensidades energéticas e eléctricas do Produto Interno Bruto (PIB)<sup>1</sup>, na Figura 2:

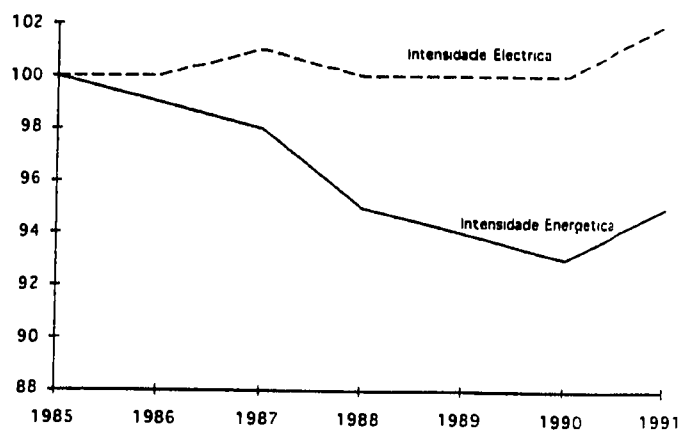
---

<sup>1</sup> A intensidade energética do PIB é dada pelo seguinte rácio,  $\frac{\text{Consumo de energia final em tep}}{\text{PIB a preços constantes de um ano base}}$   
A intensidade eléctrica do PIB é dada pelo seguinte rácio,  $\frac{\text{Consumo de electricidade final em tep}}{\text{PIB a preços constantes de um ano base}}$   
Note-se que a sigla tep significa "tonelada de equivalente petróleo".

INTENSIDADES ENERGÉTICA E ELÉCTRICA  
DO PIB EM PORTUGAL - ÍNDICE COM  
BASE 100 EM 1985



INTENSIDADES ENERGÉTICA E ELÉCTRICA  
DO PIB NA CE - ÍNDICE COM  
COM BASE 100 EM 1985



Notas: - esta figura foi construída com base em valores presentes em [Directorate-General for Energy (DG XVII) (1993b) - pg. 33 e 95];  
- os valores de 1991 para a CE são estimativas.

FIGURA 2

Em Portugal, e a despeito das políticas de utilização racional de energia implementadas (relembrem-se os programas Sistema de Estímulos à Utilização Racional de Energia, de 1986, e Sistema de Incentivos à Utilização Racional de Energia, de 1988), a intensidade energética do PIB tem vindo a aumentar desde 1986, o mesmo se passando com a intensidade eléctrica do PIB, embora esta a um nível superior. No conjunto da CE, a intensidade energética do PIB mostra uma tendência para diminuir, em consequência das políticas seguidas, embora a intensidade eléctrica do PIB mostre alguma resistência à descida.

No entanto, e apesar desta dinâmica no crescimento dos consumos finais de electricidade, o certo é que Portugal ainda detem o menor consumo de electricidade *per capita* de todos os países da CE [veja-se Plano Energético Nacional (1990b) - pg. 18], pelo que, se pode perspectivar uma contínua expansão dos consumos de electricidade, até que se atinjam valores *per capita* mais consentâneos com os verificados para os países mediterrânicos da CE.

## **1.3 - A ECONOMIA DO SUBSECTOR ELÉCTRICO**

### **1.3.1 - A PRODUÇÃO**

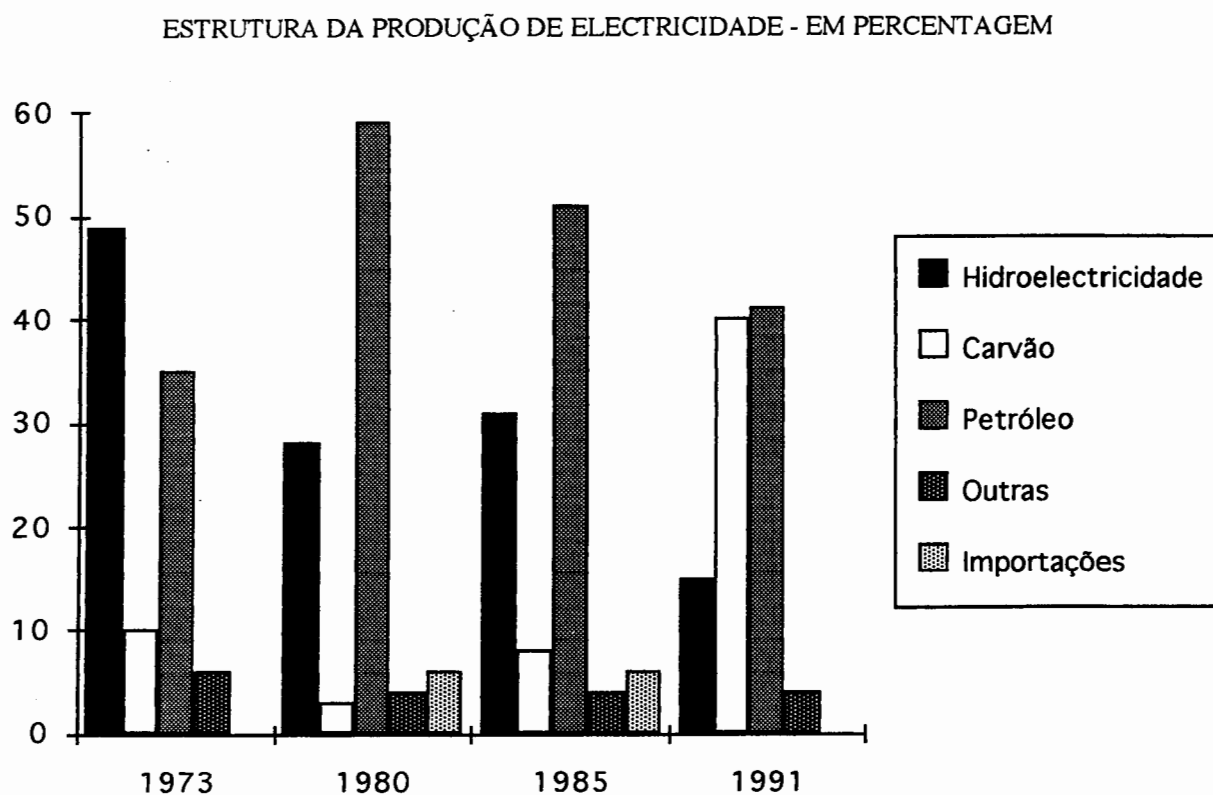
Desde as nacionalizações ocorridas em meados da década de 70, a produção de electricidade para venda tem sido efectuada em exclusivo (no território do Continente) pela empresa Electricidade de Portugal (EDP). Também a distribuição da electricidade que, em muitas regiões, era efectuada por estruturas ligadas às autarquias locais, foi sendo progressivamente integrada na EDP, pelo que, actualmente, se pode dizer que a EDP detem praticamente o monopólio da produção e distribuição de electricidade em Portugal Continental. Repare-se que se diz que a EDP detem "praticamente" e não "totalmente" o monopólio da produção e distribuição de electricidade, em virtude da lei do produtor independente de energia eléctrica, publicada em 1988, a qual veio abrir a possibilidade de outras entidades, que não a EDP, venderem a electricidade por elas produzida. No entanto, a produção e venda de electricidade por estes produtores independentes é muito reduzida quando comparada com os valores gigantescos da EDP, o que não põe em causa o completo domínio do mercado por esta. Está-se, assim, em presença de uma estrutura de mercado monopolista, quer do ponto de vista da produção, quer do ponto de vista da distribuição. Sublinhe-se, no entanto, que se assiste, neste momento, a uma crescente abertura do sector produtor da electricidade a outras empresas, pelo que, será de esperar, no futuro, uma estrutura de mercado no sector significativamente diferente da actualmente existente.

A autoprodução de electricidade, ou seja, a produção para consumo próprio, também não assume valores muito elevados, tendo-se estabilizado em torno dos 6% dos consumos finais



de electricidade durante a década de 80 [veja-se Plano Energético Nacional (1990b) - pg. 25].

A evolução da estrutura dos consumos de energia para a produção de electricidade pode ser observada na Figura 3 abaixo:



- Notas: - esta figura foi construída com base em valores presentes em [Direcção Geral de Energia (1986)], [Direcção Geral de Energia (1991)] e [Direcção Geral de Energia (1993)];
- a rubrica "petróleo" inclui todos os derivados do petróleo, a rubrica "outras" diz respeito a outras formas de energia que não as expressamente citadas e a rubrica "importações" contém as importações de electricidade deduzidas das exportações de electricidade;
  - os valores de 1991 são provisórios.

FIGURA 3

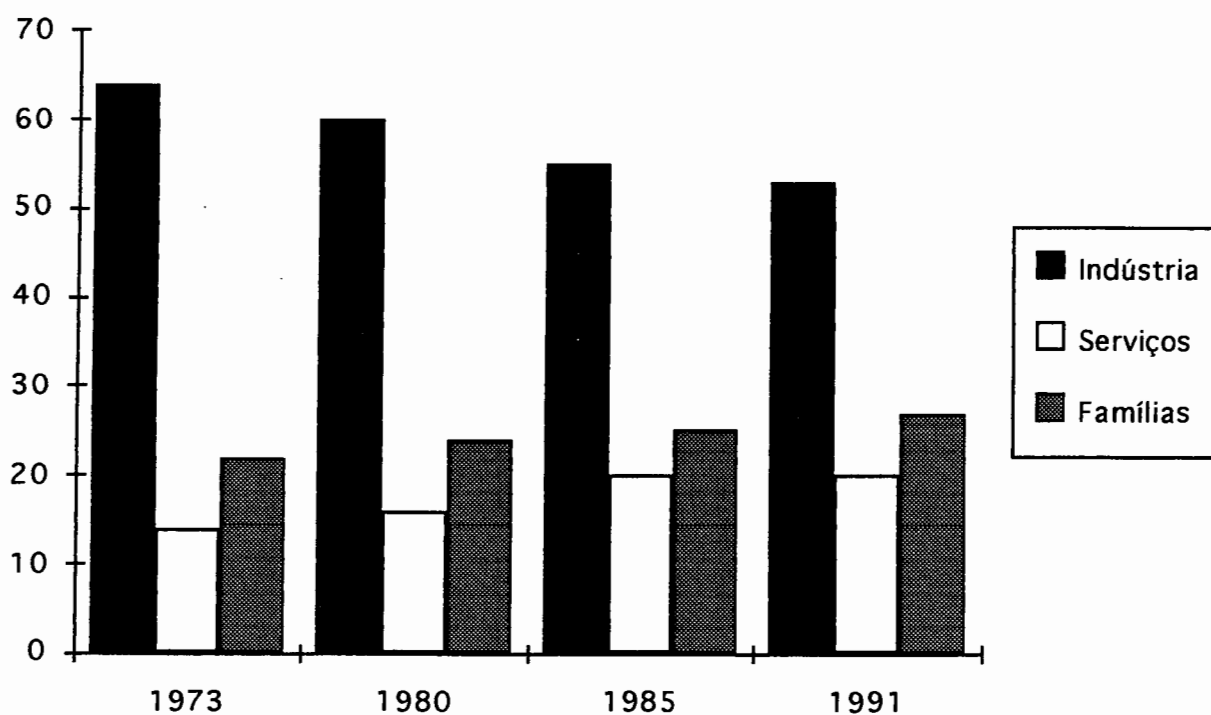
A principal conclusão a retirar da Figura 3 é a da nítida passagem de um sistema electroprodutor hidroeléctrico para termoeléctrico (o peso da hidroelectricidade cai dos 49% verificados em 1973, para os 15% ocorridos em 1991, embora num ano médio, em termos de pluviosidade, o peso da hidroelectricidade se situe ainda entre os 20% e os 25%), já que, as crescentes necessidades em energia eléctrica não são susceptíveis de serem satisfeitas maioritariamente pelo potencial hidrológico nacional (aliás, bastante irregular, em função do regime de pluviosidade verificado) - esta passagem de uma electricidade "barata" para uma electricidade "cara", em termos dos custos variáveis de produção, releva ainda mais a necessidade de apreender o comportamento dos agentes económicos no subsector eléctrico. É, também, de realçar a substituição, em parte das centrais termoeléctricas, do fuel pelo carvão na produção de electricidade, com vista a uma diversificação energética e diminuição da nossa elevada factura externa quanto aos produtos petrolíferos. Esta mesma diversificação energética está presente de uma forma mais vincada no conjunto da CE, onde são de realçar as presenças do gás natural e do nuclear (esta bastante significativa), enquanto que o carvão ocupa o primeiro lugar e o fuel apresenta menos de metade do peso que tem em Portugal [veja-se Plano Energético Nacional (1990b) - pg. 18].

As importações líquidas de electricidade (isto é, as importações deduzidas das exportações) nunca ultrapassam os 6% na estrutura da produção de electricidade, apresentando um comportamento oscilatório (aliás, o saldo comercial da electricidade «resulta, normalmente, de uma optimização económica da exploração do sistema e não da incapacidade de suprir a procura com produção nacional» [Plano Energético Nacional (1990a) - pg. 10]).

### 1.3.2 - O CONSUMO

A produção de electricidade tem vindo a satisfazer os consumos dos vários sectores, sendo de realçar, na distribuição dos consumos de electricidade entre estes, o aumento do peso dos sectores das famílias e dos serviços, os quais, no seu conjunto, passam de 36% dos consumos finais de electricidade, em 1973, para valores na ordem dos 47%, em 1991, como se pode ver pela Figura 4 abaixo:

ESTRUTURA DO CONSUMO FINAL DE ELECTRICIDADE POR SECTORES - EM PERCENTAGEM

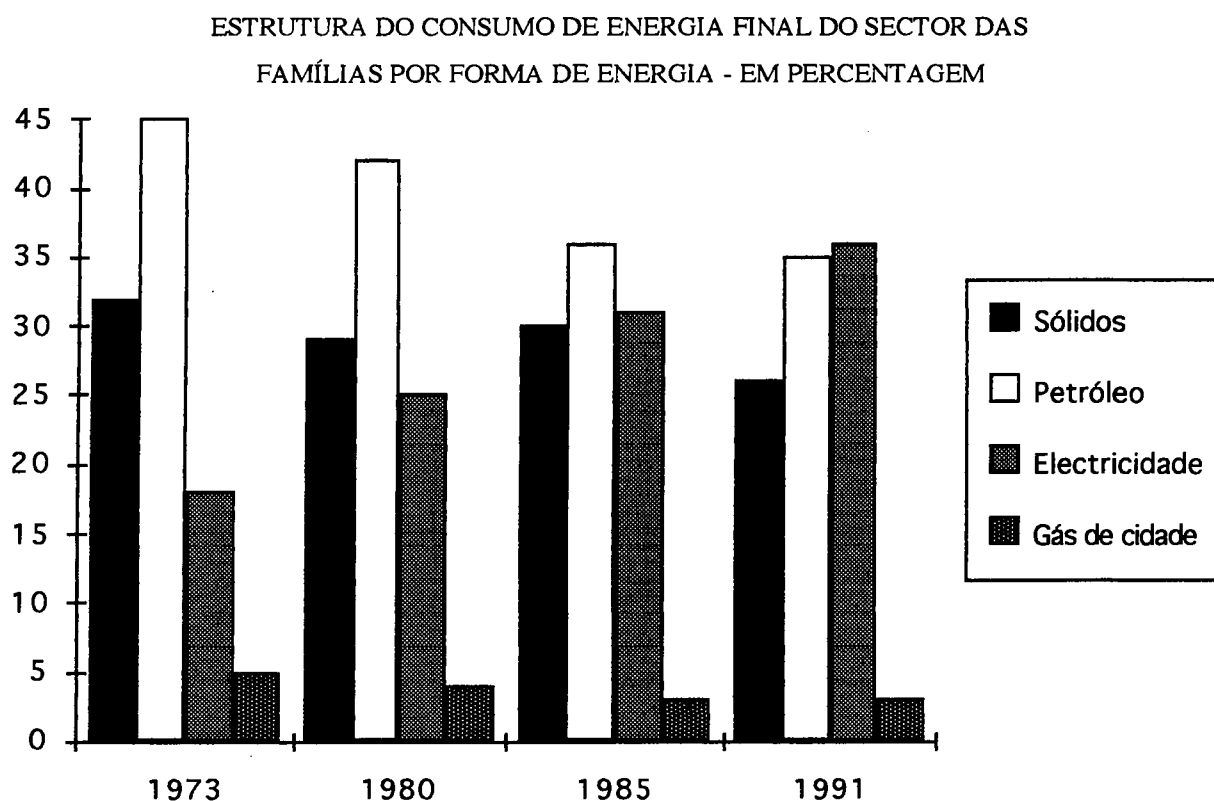


Notas: - esta figura foi construída com base em valores presentes em [Direcção Geral de Energia (1986)],  
[Direcção Geral de Energia (1991) - pg. 9] e [Direcção Geral de Energia (1993) - pg. 15];  
- os valores de 1991 são provisórios.

FIGURA 4

O peso das famílias e dos serviços nos consumos finais de electricidade, apesar de ter vindo a aumentar, é inferior ao verificado no conjunto da CE (onde atingiu os 54%, em 1991 [veja-se Directorate-General for Energy (DG XVII) (1993b) - pg. 28]), o que se pode justificar, entre outras, por razões de natureza climática que levam a maioria dos restantes países da CE a terem necessidades muito superiores de aquecimento ambiente, as quais (em alguns países) são satisfeitas por aparelhos eléctricos.

Aprofundando um pouco mais a análise dos consumos de energia no sector das famílias (por ser este o abordado no estudo empírico), considere-se a Figura 5 abaixo:



Notas: - esta figura foi construída com base em valores presentes em [Plano Energético Nacional (1990b) - pg. 35], [Direcção Geral de Energia (1991) - pg. 9] e [Direcção Geral de Energia (1993) - pg. 15];  
 - a rubrica "sólidos" inclui todos os combustíveis sólidos e a rubrica "petróleo" diz respeito a todos os derivados do petróleo;  
 - os valores de 1991 são provisórios.

FIGURA 5

Uma breve análise da Figura 5 permite concluir que a electricidade foi ganhando terreno aos derivados do petróleo e aos combustíveis sólidos, na satisfação dos consumos de energia final do sector das famílias (o peso da electricidade na estrutura dos consumos de energia final pelas famílias duplica, de 1973 para 1991, assumindo a primeira posição neste último ano). Para o conjunto da CE verifica-se uma situação de maior diversificação das fontes de energia, registando-se uma importante penetração do gás natural (a atingir 38% dos consumos finais de energia pelos sectores das famílias e dos serviços, em 1991 [veja-se Directorate-General for Energy (DG XVII) (1993b) - pg. 28]).

No sector das famílias, um estudo realizado, com base num inquérito, pela DGE, em 1988, sobre o consumo de energia no sector doméstico em Portugal [veja-se Direcção Geral de Energia (1989)], permitiu extrapolar os seguintes valores quanto ao *stock* de equipamentos eléctricos:

## QUADRO 1

### STOCK DE EQUIPAMENTOS ELÉCTRICOS NO SECTOR DAS FAMÍLIAS

	PERCENTAGEM DAS UNIDADES DE ALOJAMENTO QUE POSSUEM O EQUIPAMENTO ELÉCTRICO
INSTALAÇÃO ELÉCTRICA	97,1
APARELHOS ELÉCTRICOS DE AQUECIMENTO AMBIENTE	37,1
APARELHOS ELÉCTRICOS DE AQUECIMENTO DE ÁGUAS	8,1
FOGÃO DE COZINHA ELÉCTRICO	14,2
TELEVISOR	87,4
FRIGORÍFICO	60,9
ARCA FRIGORÍFICA	27,9
FRIGORÍFICO COM CONGELADOR	25,7
MÁQUINA DE LAVAR ROUPA	49,0
SECADOR DE ROUPA	1,0
MÁQUINA DE LAVAR LOIÇA	5,4
ASPIRADOR	43,5
FERRO DE ENGOMAR	86,8

Nota: - este quadro foi construído com base em valores presentes em [Direcção Geral de Energia (1989)], os quais resultaram de uma amostragem realizada em 1988.

São de realçar as elevadas percentagens de unidades de alojamento que possuem instalação eléctrica, televisor e ferro de engomar, podendo, também, considerar-se significativo o *stock* de frigoríficos, aspiradores e máquinas de lavar roupa. No entanto, os restantes equipamentos eléctricos são detidos por uma percentagem algo modesta das unidades de alojamento (casos das máquinas de lavar loiça e dos secadores de roupa, por exemplo), pelo que é de prever um incremento dos consumos quando estas taxas de equipamento forem progressivamente aumentando.

Quanto aos consumos de energia eléctrica por utilização verificados com base no parque de equipamentos atrás descrito, o mesmo estudo permitiu induzir os seguintes valores:

## QUADRO 2

### CONSUMO FINAL DE ELECTRICIDADE PELAS FAMÍLIAS POR UTILIZAÇÃO

UTILIZAÇÕES	CONSUMOS DE ELECTRICIDADE	
	EM MWh	EM PERCENTAGEM
USOS NÃO ESPECÍFICOS DA ELECTRICIDADE	1 526 011	30,9
AQUECIMENTO AMBIENTE	309 032	6,3
COZINHA	470 643	9,5
AQUECIMENTO DE ÁGUAS	746 335	15,1
USOS ESPECÍFICOS DA ELECTRICIDADE	3 412 905	69,1
FRIGORÍFICO	639 508	12,9
CONGELADOR	790 555	16,0
MÁQUINA DE LAVAR ROUPA	450 580	9,1
MÁQUINA DE LAVAR LOIÇA	69 253	1,4
SECADOR DE ROUPA	9 447	0,2
TELEVISOR	376 962	7,6
ILUMINAÇÃO	494 962	10,0
OUTROS	581 634	11,9
TOTAL	4 938 917	100

- Notas: - este quadro foi construído com base em valores presentes em [Direcção Geral de Energia (1989)], os quais resultaram de uma amostragem realizada em 1988;
- a utilização "congelador" compreende os consumos de electricidade através de arcas congeladoras e frigoríficos com congelador;
  - a utilização "outros" engloba, entre outros, os consumos de electricidade através de ferros de engomar e aspiradores;
  - a sigla MWh significa megawatts-hora.

A maior ilacção a retirar destes dados será a de que a maioria dos consumos de electricidade (cerca de 70%) provem de usos específicos desta, isto é, usos que só podem ser satisfeitos mediante o funcionamento de aparelhos consumidores de energia eléctrica, sem existir a possibilidade de utilizar aparelhos que consumam outra energia alternativa. Assim, ao se pretender incentivar uma diversificação das formas de energia consumidas no sector doméstico, deve ter-se em atenção que apenas 30% dos consumos finais de electricidade são susceptíveis de serem substituídos por outra forma de energia.

### **1.3.3 - OS PREÇOS**

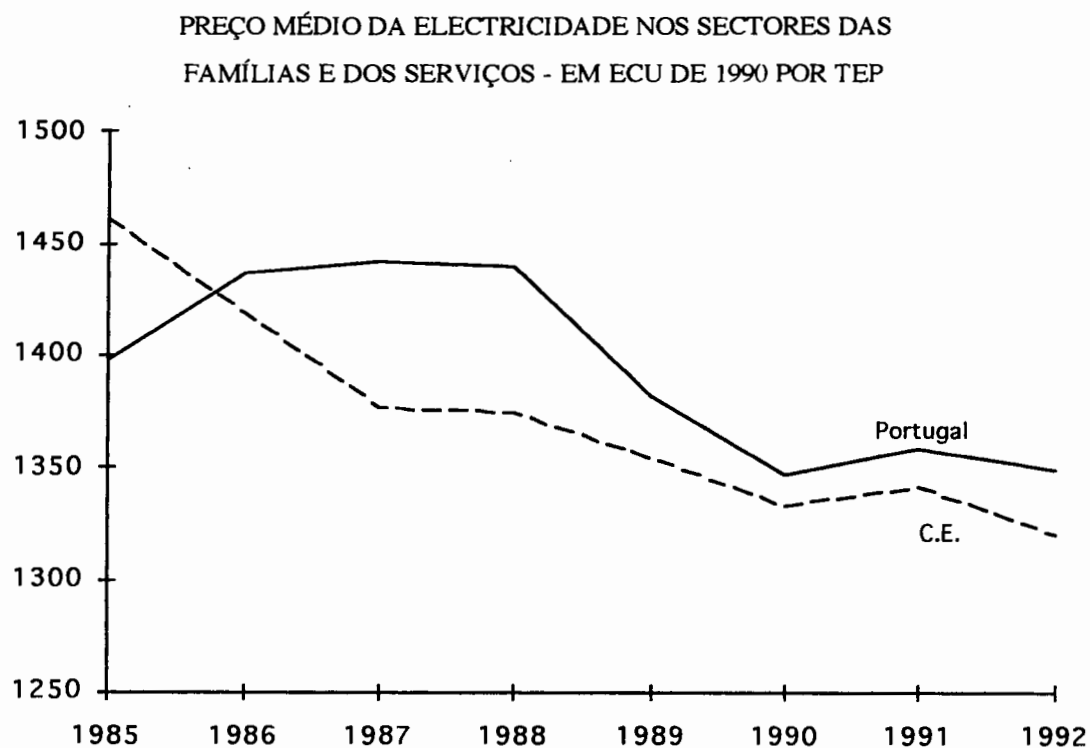
Sendo a EDP uma empresa pública, é o Estado que detém, na sua quase totalidade, o monopólio da produção e venda de electricidade (como foi referido em 1.3.1), daí advindo que os preços da electricidade tenham sido fixados administrativamente, até há bem pouco tempo, sendo actualmente objecto de convenção por parte da EDP e da Direcção Geral de Concorrência e Preços, ouvida a DGE.

O tarifário da electricidade praticado pela EDP é bastante diversificado, consoante o nível de tensão a que a electricidade é fornecida (baixa tensão, média tensão, alta tensão e muito alta tensão) e o escalonamento dos consumos no tempo pretendido pelo utilizador (sem diferenciação de consumos ao longo do dia, com diferenciação de consumos entre horas de "pico" e horas de "vazio", com consumos sazonais, etc.). No entanto, na generalidade das situações possíveis, o preço da electricidade acaba por decompor-se em duas parcelas: uma taxa de potência, que depende da potência contratada e não da quantidade consumida e vem



expressa em escudos por mês; uma taxa de energia que também é independente da quantidade consumida e vem expressa em escudos por kilowatt-hora (kWh).

Esta divisão do preço da electricidade em duas componentes arrasta consigo o problema da sua representação num modelo da procura de electricidade, o que é abordado exhaustivamente no ponto 2.3.3, em termos teóricos, e no ponto 2.4.4, quanto ao caso português em concreto. No que diz respeito à evolução dos preços médios da electricidade, circunscritos aos sectores das famílias e dos serviços, estes têm observado um decréscimo em termos reais, o que não é suficiente para alcançar os níveis mais baixos do conjunto da CE, uma vez que, quanto a esta, os preços médios da electricidade têm observado um decréscimo real ainda maior do que em Portugal (considerando o preço médio da electricidade em ECU, quer para o caso português, quer para o conjunto da CE), como se pode ver pela Figura 6 abaixo:



Nota: - esta figura foi construída com base em valores presentes em [Directorate-General for Energy (DG XVII) (1993b) - pg. 34 e 97].

FIGURA 6

## **1.4 - PERSPECTIVAS DE EVOLUÇÃO DO SUBSECTOR ELÉCTRICO**

Os planos energéticos elaborados na primeira metade da década de 80 (o PEN82 e o PEN84), se bem que bastante irrealistas nas suas previsões e demasiado centrados no subsector eléctrico, tiveram o mérito de sistematizar alguns estudos sobre o sector energético, permitindo um melhor conhecimento deste (e, logo, uma maior consciencialização dos seus problemas) e contribuindo, em certa medida, para a tomada de decisões que condicionaram a sua evolução, como sejam: a opção pelo carvão na produção de electricidade, em detrimento da hipótese nuclear; o aumento da penetração do carvão nos consumos finais (da indústria transformadora); a redução gradual da actividade de indústrias intensivas em electricidade; os programas de apoio à utilização racional de energia (programas SEURE e SIURE); o incentivo ao aproveitamento dos recursos energéticos endógenos (programa VALOREN); e, mais recentemente, a decisão da introdução do gás natural em Portugal, como forma de diversificar as fontes energéticas.

Os trabalhos que decorrem actualmente, no âmbito do PEN, conduziram já à publicação de um conjunto de documentos, onde se faz uma análise da situação do sector energético e se perspectivam cenários de evolução da procura e da oferta de energia. Foram adoptados três cenários macroeconómicos:

- Cenário A - Adaptação progressiva da economia portuguesa à criação do Mercado Único Europeu.
- Cenário B - Absorção difícil das roturas sociais.

- Cenário C - Maximização do potencial de crescimento.

No que diz respeito ao consumo de electricidade pelas famílias prevê-se, em qualquer um dos três cenários, um peso da electricidade específica nos consumos totais de electricidade na ordem dos 85%, no ano 2010 - os consumos de electricidade pelas famílias serão cada vez mais consumos por via de usos específicos da electricidade e não por via de usos concorrenciais com outras formas de energia. As determinantes da evolução destes consumos específicos de electricidade pelas famílias centram-se no número de famílias, nas respectivas taxas de equipamento e sua utilização anual e no rendimento energético dos novos equipamentos, determinantes estas que assumem diferentes valores consoante os cenários, fazendo com que a taxa de crescimento dos consumos de electricidade e o peso destes nos consumos de energia final das famílias difiram, de cenário para cenário, conforme se pode constatar pelo Quadro 3:

### QUADRO 3

#### ALGUNS ELEMENTOS SOBRE A EVOLUÇÃO DOS CONSUMOS DE ELECTRICIDADE PELAS FAMÍLIAS

	PESO DOS CONSUMOS DE ELECTRICIDADE NOS CONSUMOS DE ENERGIA FINAL DAS FAMÍLIAS NO ANO 2010	TAXA MÉDIA DE CRESCIMENTO ANUAL DOS CONSUMOS DE ELECTRICIDADE DAS FAMÍLIAS ENTRE 1990 E 2010
CENÁRIO A	34%	2,2%
CENÁRIO B	35%	1,5%
CENÁRIO C	37%	2,8%

Nota: - este quadro foi construído com base em dados presentes em [Plano Energético Nacional (1990c)].

Aplicando estes três cenários também ao sector dos serviços e da indústria (aqui se incluindo o sector da construção e obras públicas) e um outro cenário, chamado de referência (com algumas variantes), ao sector dos transportes, o estudo acaba por seleccionar 4 cenários globais para a economia portuguesa (resultantes de diferentes combinações dos cenários aplicados a cada sector), os quais se sintetizam no Quadro 4:

QUADRO 4

CENÁRIOS DE EVOLUÇÃO DA ECONOMIA PORTUGUESA

CENÁRIOS SECTORIAIS	CENÁRIOS GLOBAIS			
	I	II	III	IV
FAMÍLIAS	B	A	A	C
SERVIÇOS	B	A	A	C
INDÚSTRIA	B	A	C	C
TRANSPORTES	REFERÊNCIA	VARIANTE 1	VARIANTE 3	VARIANTE 4

Notas: - este quadro foi retirado de [Plano Energético Nacional (1990c) - pg. 119];

- as variantes ao cenário de referência no sector dos transportes consubstanciam-se em,
  - Variante 1 - sensibilidade a alargamento dos grandes centros urbanos;
  - Variante 3 - sensibilidade a transporte de mercadorias menos eficiente;
  - Variante 4 - sensibilidade a transporte de mercadorias menos eficiente associado a: mobilidades, utilizações e consumos médios dos veículos particulares mais elevados e maior taxa de motorização.

Em qualquer um dos quatro cenários globais prevê-se que a taxa média de crescimento anual dos consumos de electricidade seja superior à taxa média de crescimento anual dos consumos de energia final, como se pode ver pelo Quadro 5:

QUADRO 5

TAXAS MÉDIAS DE CRESCIMENTO ANUAL ENTRE 1990 E 2010

	CENÁRIOS GLOBAIS			
	I	II	III	IV
CONSUMOS FINAIS DE ELECTRICIDADE	2,6%	3,5%	4,0%	4,1%
CONSUMOS FINAIS TOTAIS DE ENERGIA	2,3%	2,9%	3,4%	3,7%

Nota: - este quadro foi construído com base em dados presentes em [Plano Energético Nacional (1990c)].

Daqui decorre que, em termos dos consumos, o subsector eléctrico irá certamente ganhar peso no conjunto do sector energético. Associando a esta dinâmica de crescimento a já anunciada reestruturação da EDP, com a eventual alteração das estruturas de mercado do subsector eléctrico, torna-se ainda mais relevante a necessidade de estudos sobre a economia deste subsector, por forma a conhecer melhor o comportamento dos agentes económicos que nele intervêm.

## 1.5 - CONCLUSÕES

A importância do subsector eléctrico em Portugal foi evidenciada ao longo deste primeiro capítulo, sendo possível constatar um aumento contínuo do peso dos consumos de electricidade nos consumos totais de energia final. Aliás, esta tendência para os consumos de electricidade crescerem a taxas superiores às dos consumos de energia final ir-se-á manter nas próximas duas décadas, segundo os estudos elaborados no âmbito do PEN, pelo que, é de perspectivar um aumento da importância relativa do subsector eléctrico.

Na comparação do caso português com a média da CE ressaltam algumas divergências, nomeadamente: uma maior diversificação energética na produção de electricidade, na média da CE, e a tendência de evolução das intensidades energética e eléctrica do PIB, a qual é de crescimento no caso português e de estagnação ou diminuição para a média da CE. Dado também relevante é o facto de Portugal ser, de entre os países da CE, o que tem o menor consumo de electricidade *per capita*, dependendo o aumento deste indicador de uma melhoria sustentada das condições de vida da população.

Num futuro próximo o subsector eléctrico deverá ser alvo de muitas atenções, uma vez que, para além da sua crescente importância, se prevê a reestruturação da EDP, empresa que praticamente detém o monopólio da produção e venda de electricidade, o que poderá conduzir ao reequacionar das estruturas de mercado existentes, alterando os comportamentos de quem oferece e de quem procura electricidade.

No capítulo seguinte vai explanar-se, detalhadamente, a teoria que enquadra o lado da procura no subsector eléctrico, com o intuito de obter e discutir algumas hipóteses de modelização do comportamento dos consumidores de electricidade.

## **CAPÍTULO 2**

### **A PROCURA DE ELECTRICIDADE - TEORIA E MODELIZAÇÃO**

## 2.1 - INTRODUÇÃO

A procura de electricidade admite algumas especificidades, sendo de destacar: o facto de ser uma procura derivada, pressupondo um processo de ajustamento do *stock* de aparelhos eléctricos; o tarifário da electricidade em vez de um preço único, conduzindo à distinção entre preço médio e preço marginal; as unidades observacionais adoptadas para se efectuar o estudo, cuja definição (em termos sectoriais, espaciais e temporais) condiciona a interpretação dos resultados obtidos e as próprias especificações do modelo.

Todos estes aspectos irão ser abordados neste Capítulo 2, que se estrutura da seguinte forma:

- Neste ponto 2.1, apresenta-se o plano do Capítulo 2.
- No ponto 2.2, tecem-se algumas considerações sobre as especificidades da procura de electricidade que foram referidas no início desta introdução.
- No ponto 2.3, deduz-se o modelo teórico da procura de electricidade, focando as questões da procura derivada de electricidade (ponto 2.3.1), do processo de ajustamento do *stock* de aparelhos eléctricos (ponto 2.3.2), da representação do tarifário da electricidade (ponto 2.3.3), da dedução das elasticidades da procura (ponto 2.3.4) e, finalmente, das implicações das unidades observacionais escolhidas (ponto 2.3.5).
- No ponto 2.4, discutem-se algumas hipóteses de concretização do modelo teórico apresentado em 2.3, nos domínios da especificação das formas funcionais (ponto 2.4.1) e das variáveis (ponto 2.4.2) e, também, da representação do tarifário da



electricidade no caso português (ponto 2.4.4). Não se trata, para já, do estudo empírico realizado para o sector das famílias em Portugal (o qual será desenvolvido no Capítulo 3), mas apenas de um conjunto genérico de hipóteses de concretização do modelo teórico *ex ante* aos dados, sendo que algumas dessas hipóteses representam o que se encontra com maior frequência na literatura, enquanto outras se identificam com particulares perspectivas do autor, resultantes da investigação efectuada (nomeadamente, a questão da conjugação das formas funcionais flexíveis com o ajustamento do *stock* de aparelhos eléctricos) e, outras ainda, derivam da especificidade do caso português.

- No ponto 2.5, apresentam-se outras alternativas de modelização da procura de electricidade - a modelização através do *time-of-day* e os modelos de uso final.
- Finalmente, encerra-se o Capítulo 2 com o ponto 2.6, onde se tiram as principais conclusões sobre a modelização da procura de electricidade.

## 2.2 - A ESPECIFICIDADE DA PROCURA DE ELECTRICIDADE

Quando o consumidor adquire uma dada quantidade de pão e o consome, em seguida, a uma refeição, ele está a retirar, directamente, uma dada utilidade do consumo do próprio bem. O mesmo se passa quando o consumidor adquire uma entrada para uma visita guiada a um museu: ao efectuar essa visita, ele está a usufruir (consumir) de um serviço, e é este consumo do próprio serviço que lhe proporciona a obtenção directa de uma dada utilidade.

Quer no caso do bem, quer no caso do serviço, é o consumo deles próprios que proporciona a obtenção de uma dada utilidade, ou seja, esta obtém-se de uma forma directa, através do consumo daqueles.

No caso da electricidade, a situação já é outra, uma vez que a electricidade em si e por si só não transmite utilidade ao consumidor<sup>2</sup>: ela só é útil, na medida em que permite o funcionamento de um dado equipamento (desde o acender de uma simples lâmpada, até ao trabalhar de uma máquina de lavar roupa) e, por sua vez, este funcionamento do equipamento é que presta um serviço ao consumidor (a iluminação e a lavagem de roupa, nos exemplos atrás apresentados), do qual o último retira uma dada utilidade. Assim sendo, o consumo de electricidade não proporciona directamente uma utilidade ao consumidor, mas

---

<sup>2</sup>A palavra "consumidores" no contexto de "consumidores de electricidade" tem um significado algo diferente do que lhe é atribuído nas expressões "consumidores de pão" ou "consumidores de visitas ao museu", por exemplo. Nestas duas últimas, a palavra "consumidores" assume o significado que lhe é dado na microeconomia clássica: eles são os indivíduos ou as famílias, pois são estas que efectivamente consomem o pão ou as visitas ao museu. Na primeira, a palavra "consumidores" vai mais além das famílias e dos indivíduos, já que, a electricidade também pode ser consumida, por exemplo, por unidades industriais. Assim, deve entender-se por consumidores de electricidade todos os agentes económicos que consumam electricidade, embora os raciocínios e exemplos que a eles se referem e se apresentam acabem por se enquadrar quase sempre no âmbito dos consumidores *stricto sensu* (famílias), o que é feito por uma maior facilidade de exposição das ideias (e não invalida a generalização, com as devidas adaptações, a todos os consumidores de electricidade).

apenas indirectamente, através de um dado equipamento, cujo funcionamento presta um serviço ao consumidor.

Atendendo ao que se acabou de dizer, a procura de electricidade é uma procura derivada, no sentido em que ela deriva da procura de um certo conjunto de serviços, os quais são satisfeitos por um dado número de equipamentos, cujo funcionamento depende do consumo de electricidade (veja-se a Figura 7, abaixo representada).

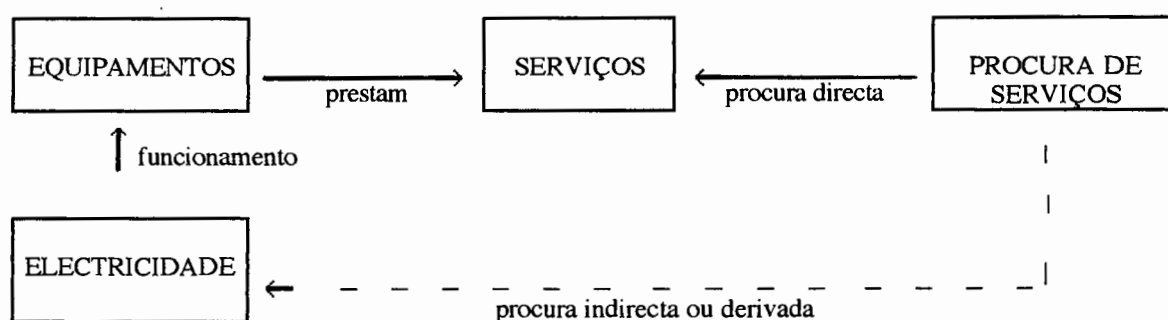


FIGURA 7

O carácter indirecto ou derivado da procura de electricidade faz com esta mantenha uma estreita relação com a procura de equipamentos eléctricos: o consumidor procura directamente um dado serviço, mas, para poder usufruir dele, necessita de adquirir, em primeiro lugar, um dado equipamento eléctrico (ou conjunto de equipamentos eléctricos) que preste esse serviço e, em segundo lugar, electricidade para o funcionamento desse mesmo equipamento eléctrico. Por outras palavras, não é possível consumir a electricidade, sem que antes se tenham adquirido os equipamentos que a utilizam para funcionar (os equipamentos eléctricos).

É claro que, dado um certo *stock* de equipamentos eléctricos, ele pode ser mais ou menos utilizado, consoante o consumidor deseje um maior ou menor volume de serviços. Isto significa que, se, por um lado, o *stock* de equipamentos eléctricos condiciona o consumo de electricidade, por outro lado, não o determina, já que, o mesmo *stock* pode ser sujeito a diferentes níveis de utilização, logo a diferentes consumos de electricidade. Nestes termos, a procura de electricidade é determinada pela conjugação de dois factores: a evolução do *stock* de equipamentos eléctricos (o que tem a ver com uma perspectiva de longo prazo, já que, os consumidores ajustam o *stock* de equipamentos no longo prazo) e a utilização desse mesmo *stock*, num dado período (o que tem a ver com uma perspectiva de curto prazo, já que, o maior ou menor grau de utilização do *stock* de equipamentos depende de um conjunto circunstancial de factores, que se verificam em cada período de tempo relativamente curto e que são susceptíveis de se alterar de período para período).

A procura derivada de electricidade acaba, assim, por se consubstanciar na incorporação e conjugação dos factores de curto e de longo prazos, o que constitui aquela que é considerada a mais relevante especificidade da procura de electricidade (e que será sistematizada no ponto 2.3.1 do trabalho).

Outro aspecto bastante discutido da procura de electricidade tem a ver com as dificuldades em determinar o seu preço ou, melhor dizendo, qual a variável preço relevante que deva constar da respectiva função de procura.

Voltando aos exemplos do pão e da visita ao museu, anteriormente citados, é fácil concluir que a variável preço a considerar nas respectivas funções de procura é o próprio preço do bem (no caso da função de procura de pão) e do serviço (no caso da função de procura de visitas ao museu) - na verdade, quer o pão, quer a visita ao museu têm um único preço (está-se aqui a supor, evidentemente, que, no caso da visita ao museu, não há desconto para grupos numerosos), independentemente da quantidade adquirida e é óbvio que deverá ser

esse o preço considerado nas funções de procura (preço esse que, note-se, é, simultaneamente, preço médio e preço marginal).

No caso da procura de electricidade, a situação é bastante diferente, já que, em geral, esta é vendida de acordo com uma dada estrutura de tarifas ou "preços por blocos": até uma dada quantidade, seja  $d_1$ , o preço da electricidade é  $p_1$ , entre  $d_1$  e  $d_2$ , o preço será  $p_2$ , entre  $d_2$  e  $d_3$ , o preço será  $p_3$ , e assim sucessivamente, de tal forma que um consumidor que consuma uma quantidade  $q$ , a qual se encontra no bloco ou escalão entre  $d_2$  e  $d_3$ , terá a despesa em electricidade,  $E = p_1 d_1 + p_2(d_2 - d_1) + p_3(q - d_2)$ , deparando-se com três preços marginais diferentes ( $p_1$ ,  $p_2$  e  $p_3$ ) e com um preço médio igual a  $\frac{E}{q}$ .

Coloca-se, agora, a questão de qual o preço a utilizar na função de procura de electricidade: os preços marginais (e destes, todos ou apenas o do último escalão de consumo em que se encontra o consumidor?) ou o preço médio? O problema é pertinente e necessita de alguma reflexão antes de ser solucionado, até porque a estrutura de tarifas conduz a uma restrição orçamental não linear, o que invalida, pelo menos numa primeira análise, as deduções clássicas da teoria do consumidor. Também aqui se verifica uma relevante especificidade da procura de electricidade que motivou (e motiva) um frutuoso debate teórico e algumas tentativas empíricas de solucionar o problema. No ponto 2.3.3 deste trabalho a questão do preço da electricidade, aqui afluída, será desenvolvida e sistematizada.

Na definição das variáveis a integrar a função de procura de electricidade assumem especial relevância as unidades observacionais dessas mesmas variáveis. Para dar um exemplo, suponha-se a variável *stock* de equipamentos eléctricos. Esta variável pode ser medida (não interessa agora discutir como é que se efectua essa medição) em relação a diferentes agregados ou unidades observacionais:

- No âmbito de quem consome a electricidade (perspectiva sectorial), podem-se distinguir quatro grandes grupos de consumidores: as famílias, a indústria, os

serviços e os transportes. Como é óbvio, o *stock* de equipamentos eléctricos difere bastante, consoante o estejamos a medir em relação às famílias (frigoríficos, máquinas de lavar roupa, aparelhos de iluminação, ...) ou à indústria (bens de equipamento inerentes a certos processos de produção, aparelhos de iluminação, ar condicionado, ...), por exemplo.

- No âmbito espacial, tem relevância a distinção entre o país como um todo e as regiões mais circunscritas e de menor dimensão. Se o *stock* de equipamentos eléctricos se referir a todo um país, então ele tem de ser entendido como um *stock* médio do país em causa, ou seja, como um *stock* representativo que poderá não corresponder ao *stock* de nenhuma das regiões que compõem esse país. Por exemplo, situando o caso de Portugal e o sector das famílias, considere-se o Baixo Alentejo, que é uma das regiões com maior número de horas de Sol por ano e o Douro Litoral, que é uma das regiões com maior pluviosidade do país. Se se atender apenas a estes factores (e abstraindo-se agora as questões ligadas ao rendimento das famílias em cada uma das duas regiões), então é presumível que o secador de roupa seja um aparelho eléctrico de maior uso e presente em mais lares na região do Douro Litoral do que no Baixo Alentejo, facto este que contribui para uma diferenciação na estrutura do *stock* de aparelhos eléctricos das duas regiões. Pelo seu lado, o *stock* de aparelhos eléctricos do país reflectirá uma "média" dos *stocks* de aparelhos eléctricos das regiões, não representando uma realidade concreta, mas sim, uma "média teórica" de realidades concretas. Assim sendo, deve ter-se sempre muito cuidado na interpretação dos resultados, ainda para mais atendendo à habitual escassez de dados desagregados, o que obriga a utilizar dados mais globais.
- No âmbito temporal, é de grande importância o período em relação ao qual se medem as variáveis. Aqui acaba-se por ter uma situação semelhante à relatada no

parágrafo anterior, desempenhando o ano o papel do país e as estações do ano (ou os meses) o papel das regiões. Na verdade, o *stock* de equipamentos eléctricos, para um dado sector e para uma dada região, é um no Verão e outro no Inverno. Considerando, por exemplo, o caso dos aquecedores eléctricos, é óbvio que este bem faz parte integrante do *stock* no Inverno, mas pode-se considerar que não o faz no Verão, porque, mesmo que ele exista, a sua utilização vai ser nula - há aqui uma variação extrema na utilização de alguns bens do *stock*, de estação para estação, o que equivale a considerá-los inexistentes em algumas épocas do ano. Mais uma vez, se a unidade observacional for o ano, o *stock* de equipamentos eléctricos não reflectirá o *stock* em efectivo uso durante todo o ano, mas sim, uma "média teórica" dos *stocks* em efectiva utilização durante as várias estações do ano.

Como se viu, as diferentes unidades de observação (no âmbito sectorial, espacial e temporal) conduzem a diferentes leituras das variáveis (quanto maior for a agregação, maior é a aproximação a "médias teóricas" representativas desse agregado e maior é, também, o afastamento em relação às realidades concretas) e, logicamente, a diferentes interpretações dos resultados. Pode argumentar-se que este facto não é uma especificidade da procura de electricidade, já que, as *nuances* da passagem das partes para o todo são comuns a quase todos os domínios da economia. No entanto, não será tanto o facto em si que é uma especificidade da procura de electricidade, mas antes, a intensidade com que ele se verifica: as unidades de observação têm um efeito tão vincado na composição das variáveis e na interpretação dos resultados, precisamente porque existem variáveis climáticas que diferem no espaço e no tempo, variáveis essas que afectam directamente o consumo de electricidade. Este aspecto será desenvolvido no ponto 2.3.5 do trabalho, onde se realçarão as diferentes perspectivas e interpretações de um modelo de procura de electricidade, consoante o tipo de unidade observacional adoptado.



## **2.3 - O MODELO TEÓRICO DA PROCURA DE ELECTRICIDADE**

### **2.3.1 - ESPECIFICAÇÃO GENÉRICA DO MODELO: A INTERACÇÃO ENTRE AS PROCURAS DE CURTO E DE LONGO PRAZOS**

Como foi dito no ponto 2.2 deste trabalho, a procura de electricidade é uma procura indirecta que incorpora factores de curto e de longo prazos. Na verdade, a procura de electricidade deriva da procura de serviços que são prestados através do funcionamento de determinados aparelhos ou instalações eléctricas (este *stock* de capital será designado, daqui em diante, por *stock* de aparelhos eléctricos, ficando claro que ele engloba, não só os aparelhos eléctricos propriamente ditos, mas também, qualquer tipo de instalação que consuma energia eléctrica), o que abre dois níveis temporais de análise:

- O curto prazo, onde o *stock* de aparelhos eléctricos é considerado fixo (como é usual com qualquer *stock* de capital) e, consequentemente, a procura de electricidade varia em função do nível de utilização (ou taxa de utilização) desse mesmo *stock*. Note-se que, no curto prazo, a procura de electricidade está limitada superiormente pelo consumo máximo potencial do *stock* de aparelhos eléctricos instalado.
- O longo prazo, onde o *stock* de aparelhos eléctricos é variável, evoluindo segundo um determinado processo de ajustamento. Aqui a procura de electricidade varia,



não só em função da taxa de utilização do *stock* de aparelhos eléctricos, como também, em função da própria evolução deste *stock*.

Vão agora formalizar-se os dois níveis de análise atrás citados. Começando pela procura de electricidade de curto prazo, tem-se,

$$q_t = f(x_{t\bullet}, s_t), \quad (1)$$

onde,

$q_t$  - procura (consumo) de electricidade, no período  $t^3$ ;

$f$  - função de procura de electricidade<sup>4</sup>;

$x_{t\bullet} = (x_{t1}, x_{t2}, \dots, x_{tn})$ ;

$x_{ti}$  - observação da variável  $x_i$ , no período  $t$ , sendo a variável  $x_i$  uma variável que explica a taxa de utilização do *stock* de aparelhos eléctricos (é, portanto, uma variável que explica a procura de electricidade no curto prazo),  $i = 1, 2, \dots, n^5$ ;

$n$  - número de variáveis explicativas da taxa de utilização do *stock* de aparelhos eléctricos (variáveis de curto prazo);

$s_t$  - *stock* de aparelhos eléctricos, no período  $t$ .

A função  $f$  deverá obedecer às seguintes propriedades (bastante genéricas):

---

<sup>3</sup>Nos pontos 2.3.1, 2.3.2 e 2.3.3 do trabalho, onde se deduz o modelo teórico da procura de electricidade, as variáveis intervenientes são definidas de forma genérica, isto é, tomando o exemplo da variável  $q_t$ , não se tem a preocupação de dizer como é medido o consumo de electricidade ou a que unidade observacional é que ele diz respeito (em termos sectoriais, espaciais e temporais). Estas questões serão precisadas mais adiante, no Capítulo 3 (que aborda o estudo empírico sobre a procura de electricidade em Portugal), já que, por agora, o que interessa é deduzir um modelo geral da procura de electricidade que depois se possa adaptar a algumas cambiantes.

<sup>4</sup>Na linha do que se disse do que se disse na nota de pé-de-página nº 3, a especificação das formas funcionais envolvidas na dedução teórica do modelo da procura de electricidade, só será discutida no ponto 2.4.1 do trabalho.

<sup>5</sup>Na linha do que se disse na nota de pé-de-página nº 3, a especificação das variáveis de curto prazo só será discutida no Capítulo 3 do trabalho.

- admitir derivadas parciais de primeira ordem finitas, por forma a se efectuarem as necessárias deduções analíticas;
- $f(x_{t\bullet}, 0) = 0$ , ou seja, não existe consumo de electricidade se o *stock* de aparelhos eléctricos for nulo;
- $\frac{\partial f}{\partial s_t} \geq 0$ , ou seja, a procura de electricidade varia de uma maneira directa com o *stock* de aparelhos eléctricos, pressupondo constantes as variáveis de curto prazo.

Defina-se agora,

$$u(x_{t\bullet}, s_t) = \frac{q_t}{s_t} = \frac{f(x_{t\bullet}, s_t)}{s_t}, \quad (2)$$

como sendo o consumo de electricidade por cada unidade de *stock* de aparelhos eléctricos - por outras palavras, é uma medida da taxa de utilização do *stock*.

Se o *stock* de aparelhos eléctricos for suficientemente homogéneo (em termos dos consumos de electricidade), pode admitir-se que,

$$u(x_{t\bullet}, s_t) = u(x_{t\bullet}), \quad (3)$$

isto é, a taxa de utilização do *stock* é independente do nível deste, sendo apenas função das variáveis de curto prazo.

Nestas condições, tem-se, a partir de (3),

$$\begin{aligned} u(x_{t\bullet}, s_t) &= u(x_{t\bullet}) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{f(x_{t\bullet}, s_t)}{s_t} &= u(x_{t\bullet}) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow f(x_{t\bullet}, s_t) &= u(x_{t\bullet})s_t, \end{aligned} \quad (4)$$

tendo-se a primeira passagem efectuado por (2).

Repare-se que (4) mais não é do que outra forma de escrever (1),  $q_t = u(x_{t\bullet})s_t$ , admitindo uma taxa de utilização do *stock* de aparelhos eléctricos independente do nível deste.

Esta hipótese é bastante restritiva, mas a conhecida insuficiência de dados sobre o *stock* de capital (os que existem dizem respeito apenas a um reduzido número de anos e o seu grau de fiabilidade não é muito elevado) leva a que ela tenha que ser quase sempre assumida, para permitir a realização de estudos empíricos, devendo, assim,  $u(x_{t\bullet})$  ser entendida como uma taxa de utilização "média" do *stock*.

Esta hipótese de a taxa de utilização do *stock* ser independente do nível deste acarreta a consequência de, pressupondo as variáveis de curto prazo constantes, as variações percentuais de  $q_t$  e  $s_t$  serem iguais. Por exemplo, se  $s_t$  aumentar  $r\%$ , isto é,  $\frac{\Delta s_t}{s_t} = 0,0r$  (o símbolo  $\Delta$  significa variação, logo  $\Delta s_t$  será a variação de  $s_t$ ), então,  $q_t$  irá aumentar também  $r\%$ , como se pode ver,

$$\frac{\Delta q_t}{q_t} = \frac{u(x_{t\bullet})\Delta s_t}{u(x_{t\bullet})s_t} = \frac{u(x_{t\bullet}) 0,0r s_t}{u(x_{t\bullet})s_t} = 0,0r,$$

onde a segunda passagem se efectuou porque, de  $\frac{\Delta s_t}{s_t} = 0,0r$ , sai  $\Delta s_t = 0,0r s_t$ .

Para evitar esta consequência, alguns (poucos) autores propõem que (4) se passe a escrever como,

$$q_t = f(x_{t\bullet}, s_t) = u(x_{t\bullet})\psi(s_t), \quad (5)$$

onde a função  $\psi$  deve obedecer às seguintes propriedades:

- admitir derivada de primeira ordem finita (para que exista finita  $\frac{\partial f}{\partial s_t}$ );
- $\psi(0) = 0$  (para garantir que  $f(x_{t\bullet}, 0) = 0$ );
- $\frac{\partial \psi}{\partial s_t} \geq 0$  (para garantir que  $\frac{\partial f}{\partial s_t} \geq 0$ , atendendo a que  $u(x_{t\bullet}) \geq 0$ , pela sua própria construção - veja-se (2)).

No entanto, se a função  $\psi$  elimina a consequência atrás referida, não é menos verdade que subsiste outra: a de que, dados dois conjuntos de valores para as variáveis de curto prazo, sejam eles  $x_{t\bullet}^0$  e  $x_{t\bullet}^1$ , a relação entre a procura de electricidade tomada com  $x_{t\bullet}^0$  e a procura de electricidade tomada com  $x_{t\bullet}^1$  é independente do nível do *stock* de aparelhos eléctricos,

$$\frac{f(x_{t\bullet}^0, s_t)}{f(x_{t\bullet}^1, s_t)} = \frac{u(x_{t\bullet}^0)\psi(s_t)}{u(x_{t\bullet}^1)\psi(s_t)} = \frac{u(x_{t\bullet}^0)}{u(x_{t\bullet}^1)}.$$

A introdução da função  $\psi$  não resolve o problema das consequências restritivas, apenas o aligeira. Em boa verdade, as restrições detectadas não têm a ver, em última instância, com a introdução ou não da função  $\psi$ , mas sim com a hipótese de a taxa de utilização do *stock* ser independente do nível deste - esta é que é a verdadeira restrição, a qual tem de ser mantida, pela insuficiência e pouca fiabilidade dos dados atrás referida. Assim sendo, e para não dificultar artificialmente o tratamento analítico do modelo (tendo em vista obter equações estimáveis) é preferível considerar (4) em vez de (5).

Explicados os mecanismos que regem a procura de electricidade no curto prazo, vão agora introduzir-se os factores de longo prazo, os quais emanam do processo de ajustamento do *stock* de aparelhos eléctricos.

Como é usual, supõe-se existir um *stock* de capital desejado pelos consumidores, o qual será função de um conjunto de variáveis (as variáveis de longo prazo), ou seja,

$$s_t^* = g(y_{t\bullet}), \quad (6)$$

onde,

$s_t^*$  - *stock* desejado de aparelhos eléctricos, no período  $t$ ;

$g$  - função que permite obter  $s_t^*$ , a partir das respectivas variáveis explicativas;

$y_{t\bullet} = (y_{t1}, y_{t2}, \dots, y_{tm})$ ;

$y_{tj}$  - observação da variável  $y_j$ , no período  $t$ , sendo a variável  $y_j$  uma variável que explica o *stock* desejado de aparelhos eléctricos (é, portanto, uma variável que explica a procura de electricidade no longo prazo),  $j = 1, 2, \dots, m^6$ ;

$m$  - número de variáveis explicativas do *stock* desejado de aparelhos eléctricos (variáveis de longo prazo).

O processo de ajustamento entre  $s_t$  e  $s_t^*$  vai explicar-se, com detalhe, no ponto 2.3.2, interessando, para agora, reter que é esse mesmo processo de ajustamento que vai permitir colocar  $s_t$  em função das variáveis de longo prazo e, conseqüentemente, colocar  $q_t$  em função das variáveis de longo prazo (já que,  $s_t$  entra na explicação de  $q_t$  - veja-se (4)). Então, (4) e (6) constituem, em conjunto, um modelo que integra os factores de curto e de longo prazos determinantes da procura de electricidade,

$$\begin{cases} q_t = u(x_{t\bullet})s_t \\ s_t^* = g(y_{t\bullet}) \end{cases} \quad (7)$$

Este modelo pretende reflectir a optimização do comportamento dos agentes económicos, no contexto da maximização da utilidade (se o agente económico que procura a electricidade for um consumidor *stricto sensu* - veja-se a nota de pé-de-página nº 2) ou de minimização do custo (se o agente económico que procura a electricidade for um produtor), embora ele não se deduza (como é habitual na teoria clássica do consumidor e do produtor) via Identidade de Roy ou Lema de Shephard [veja-se Mendes (1993) - pontos 2.1 e 2.2], já que, a teoria clássica versa sobre o caso em que todas as variáveis têm um ajustamento instantâneo. A procura indirecta de electricidade e a presença do *stock* de aparelhos eléctricos trazem novas motivações ao comportamento do consumidor, as quais se consubstanciam num processo de ajustamento desse mesmo *stock* e na correspondente interacção entre factores de curto e longo prazos, fenómenos estes que escapam à tradicional teoria clássica e têm de ser

---

<sup>6</sup>Na linha do que se disse na nota de pé-de-página nº 3, a especificação das variáveis de longo prazo só será discutida no Capítulo 3 do trabalho.

modelizados de outra forma. Ainda assim, o modelo de procura apresentado não deve perder os seus vínculos com o comportamento optimizador dos agentes económicos - ele é (ou melhor, pretende ser) a representação desse comportamento num contexto dinâmico de factores de curto e longo prazos.

### 2.3.2 - O PROCESSO DE AJUSTAMENTO DO *STOCK* DE APARELHOS ELÉCTRICOS

No final do ponto anterior do trabalho distinguiu-se entre o *stock* de aparelhos eléctricos efectivamente detido pelos agentes económicos, no período  $t$  -  $s_t$  - e o *stock* de aparelhos eléctricos que os consumidores desejariam ter, nesse mesmo período  $t$  -  $s_t^*$ . Vai agora explicitar-se, com rigor, o processo de ajustamento entre  $s_t$  e  $s_t^*$  (ou seja, a forma como  $s_t$  se tende a ajustar a  $s_t^*$ ).

Relembre-se que o *stock* desejado de aparelhos eléctricos,  $s_t^*$ , é função de um conjunto de variáveis (as variáveis de longo prazo - veja-se (6)), as quais se modificam no tempo. Daí que  $s_t^*$  também tenha uma evolução no tempo, isto é, de período para período (como o mostra o índice  $t$  em  $s_t^*$ ). Atendendo à natureza de bem durável do *stock* de aparelhos eléctricos e às consequentes restrições de natureza financeira (a compra de um bem durável pode demorar algum tempo, se o seu preço de aquisição for elevado), tecnológica (a evolução tecnológica pode motivar a renovação mais rápida do *stock*, mas, ao invés, pode também, num dado momento, levar o consumidor a retardar a compra, na expectativa de se passar a comercializar um modelo mais evoluído) e psicológica (existe, por vezes, um sentimento de inércia que inibe a aquisição de bens duráveis, sobretudo se tal implica obras,

serviços auxiliares ou alterações significativas na disposição dos restantes bens), parece realista admitir que o processo de adaptação do *stock* efectivamente detido ao *stock* desejado não é realizável instantaneamente, mas antes exige um certo tempo. Ainda para mais, o *stock* desejado evolui no tempo, como atrás se disse, o que reforça a ideia de que o consumidor anda constantemente a tentar colmatar a diferença entre o *stock* que tem e o *stock* que desejaria ter, sem nunca vir a atingir este (a não ser numa situação limite).

Um dos mecanismos que melhor representa este processo de decisão do consumidor parece ser o conhecido mecanismo de ajustamento parcial (ou mecanismo de ajustamento à Koyck),

$$s_t - s_{t-1} = \lambda(s_t^* - s_{t-1}), \quad 0 \leq \lambda \leq 1. \quad (8)$$

De (8) pode concluir-se que a variação do *stock* efectivamente verificada, do período  $t-1$  para o período  $t$ ,  $s_t - s_{t-1}$ , é uma parte (dada pela constante  $\lambda$ ,  $0 \leq \lambda \leq 1$ ) da variação desejada do *stock*, do período  $t-1$  para o período  $t$ ,  $s_t^* - s_{t-1}$ . A constante  $\lambda$  desempenha um papel primordial em todo este processo, já que, é ela que vai determinar a velocidade de convergência do *stock* efectivamente detido ao *stock* desejado - por outras palavras, é ela que determina a velocidade do ajustamento, razão pela qual é vulgar designá-la por constante de ajustamento. Aliás, a partir de (8) pode tirar-se uma definição rigorosa de  $\lambda$ ,

$$s_t - s_{t-1} = \lambda(s_t^* - s_{t-1}) \iff \lambda = \frac{s_t - s_{t-1}}{s_t^* - s_{t-1}}. \quad (9)$$

Daqui (de (9)) sai que  $\lambda$  dá a variação efectiva do *stock* por unidade de variação desejada do *stock*, tomando por base dois quaisquer períodos consecutivos,  $t-1$  e  $t$  (repare-se que é feita a simplificação de  $\lambda$  ser constante no tempo). O facto de se ter,  $0 \leq \lambda \leq 1$ , decorre de duas hipóteses: em primeiro lugar, a variação do *stock* efectivamente detido faz-se sempre no mesmo sentido da variação do *stock* desejado, isto é, não pode acontecer que, por exemplo, se deseje um aumento do *stock* ( $s_t^* - s_{t-1} > 0$ ), mas que a sua variação efectivamente verificada corresponda a uma diminuição ( $s_t - s_{t-1} < 0$ ) - daqui decorre que  $\lambda \geq 0$ ; em segundo lugar, a variação do *stock* efectivamente detido nunca excede a variação do *stock*

desejado, isto é, os agentes económicos nunca adquirem mais *stock* do que aquele que desejam - daqui decorre que  $\lambda \leq 1$ .

Como se disse, a velocidade do ajustamento depende do valor assumido por  $\lambda$ , sendo de considerar três grandes casos.

-  $\lambda = 0$ . Neste caso vem, de (8),  $s_t - s_{t-1} = 0(s_t^* - s_{t-1}) \Leftrightarrow s_t = s_{t-1}$ , não se realizando nenhum ajustamento entre o *stock* efectivamente detido (que permanece igual ao *stock* do período anterior) e o *stock* desejado (supõe-se, obviamente, que  $s_t^* \neq s_{t-1}$ , senão não haveria nenhum ajustamento a fazer). A velocidade de ajustamento é nula.

-  $\lambda = 1$ . Neste caso vem, de (8),  $s_t - s_{t-1} = 1(s_t^* - s_{t-1}) \Leftrightarrow s_t = s_t^*$ , existindo um ajustamento total entre o *stock* efectivamente detido e o *stock* desejado. A velocidade do ajustamento é a maior possível, já que, o ajustamento é instantâneo: no próprio período de tempo considerado, o *stock* efectivamente detido iguala o *stock* desejado.

-  $0 < \lambda < 1$ . Este caso intermédio (entre as duas situações atrás referidas) é o mais realista, existindo um ajustamento parcial (daqui vem o nome dado a este mecanismo) entre o *stock* efectivamente detido e o *stock* desejado, o qual será tanto maior ou menor, consoante  $\lambda$  estiver mais próximo de 1 ou de 0, respectivamente. A convergência do *stock* efectivamente detido para o *stock* desejado acaba por nunca ser totalmente obtida, apenas se realizando assintoticamente, uma vez que, por um lado,  $\lambda < 1$  e, por outro lado, as variáveis de longo prazo modificam-se constantemente no tempo (o que implica uma alteração do *stock* desejado no tempo).



Partindo da própria definição do mecanismo de ajustamento parcial, dada em (8), vão agora efectuar-se as deduções que permitem explicitar  $s_t$  em função das variáveis de longo prazo. Tem-se, então,

$$s_t - s_{t-1} = \lambda(s_t^* - s_{t-1}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow s_t = \lambda s_t^* + (1 - \lambda)s_{t-1} . \quad (10)$$

Considerando agora que se têm dados sobre o *stock* de aparelhos eléctricos para o período 0 (zero), pode obter-se o *stock* efectivamente detido em função dos valores presentes e passados do *stock* desejado, por recorrência: em primeiro lugar, escreve-se a relação (10) para  $t = 1$ ; em segundo lugar, escreve-se a relação (10) para  $t = 2$ , substituindo nela o valor de  $s_1$  obtido com  $t = 1$ ; em terceiro lugar, escreve-se a relação (10) para  $t = 3$ , substituindo nela o valor de  $s_2$  obtido com  $t = 2$ ; e assim sucessivamente, até que se chega à seguinte expressão,

$$s_t = \lambda[(1 - \lambda)^{t-1}s_1^* + (1 - \lambda)^{t-2}s_2^* + (1 - \lambda)^{t-3}s_3^* + \dots + (1 - \lambda)s_{t-1}^* + s_t^*] + (1 - \lambda)^t s_0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow s_t = \lambda \sum_{\tau=0}^{t-1} (1 - \lambda)^\tau s_{t-\tau}^* + (1 - \lambda)^t s_0 . \quad (11)$$

Pode agora substituir-se (6) em (11), ficando com,

$$s_t = \lambda \sum_{\tau=0}^{t-1} (1 - \lambda)^\tau g(y_{t-\tau}) + (1 - \lambda)^t s_0 . \quad (12)$$

A expressão (12) mostra como o *stock* de aparelhos eléctricos se pode obter a partir de uma soma ponderada dos valores presentes e passados das variáveis de longo prazo (desde o período 1 até ao período  $t$ ) - a parte dada por  $\lambda \sum_{\tau=0}^{t-1} (1 - \lambda)^\tau g(y_{t-\tau})$  - e do valor do *stock* num período 0 (zero) inicial - a parte dada por  $(1 - \lambda)^t s_0$ .

Repare-se que os coeficientes de ponderação das variáveis de longo prazo,  $\lambda(1 - \lambda)^\tau$ ,  $\tau = 0, 1, \dots, t-1$ , formam uma progressão geométrica, de razão  $(1 - \lambda)$ , decrescente quanto maior for o afastamento do período corrente  $t$  (a progressão geométrica é decrescente, porque  $0 \leq 1 - \lambda \leq 1$ , dado se ter  $0 \leq \lambda \leq 1$  - é óbvio que se estão a excluir os casos extremos  $\lambda = 0$ , em que não existe nenhum ajustamento, e  $\lambda = 1$ , em que o ajustamento é instantâneo, pelo que, na situação mais realista,  $0 < \lambda < 1$ , se tem,  $0 < 1 - \lambda < 1$ ).

O facto de os coeficientes de ponderação das variáveis de longo prazo serem decrescentes, à medida que se está mais longe do período corrente  $t$ , reflecte o facto de o *stock* do período  $t$  ser mais influenciado pelos valores assumidos pelas variáveis de longo prazo nos períodos mais recentes do que pelos correspondentes valores assumidos nos períodos mais distantes, hipótese esta com uma boa aderência teórica e empírica. Vendo a questão de outra perspectiva, a variação das variáveis de longo prazo, num dado período, afecta o *stock* não só nesse período, como também, nos períodos subsequentes, embora de uma forma continuamente decrescente - aliás, é precisamente porque o impacto de uma variação das variáveis de longo prazo se estende por vários períodos que faz sentido chamar a estas variáveis, variáveis de longo prazo.

O mecanismo de ajustamento parcial, definido em (8), explicita o processo de ajustamento entre o *stock* de aparelhos eléctricos efectivamente detido,  $s_t$ , e o *stock* desejado de aparelhos eléctricos,  $s_t^*$ , ambos tomados *de per si*. Uma outra alternativa, mais geral, é propor o mesmo mecanismo de ajustamento, só que, não entre  $s_t$  e  $s_t^*$ , mas sim, entre uma função de  $s_t$  e uma função de  $s_t^*$ ,

$$\phi(s_t) - \phi(s_{t-1}) = \lambda [\phi(s_t^*) - \phi(s_{t-1}^*)], \quad 0 \leq \lambda \leq 1, \quad (13)$$

onde a função  $\phi$  é uma função monótona e invertível (mais à frente se verá porquê), que pode ser interpretada como uma mudança de escala na medida do *stock*. A relação (13) é mais geral do que (8), na medida em que permite testar as implicações teóricas e empíricas de

diversas especificações para a função  $\phi$ . Neste sentido, é usual chamar a (13), mecanismo de ajustamento parcial generalizado.

Partindo de (13), vão agora efectuar-se as deduções que permitem explicitar  $s_t$  em função das variáveis de longo prazo. Tem-se, então,

$$\begin{aligned}\phi(s_t) - \phi(s_{t-1}) &= \lambda [\phi(s_t^*) - \phi(s_{t-1})] \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \phi(s_t) &= \lambda \phi(s_t^*) + (1 - \lambda) \phi(s_{t-1}).\end{aligned}\quad (14)$$

Tornando a considerar que se têm dados sobre o *stock* de aparelhos eléctricos para o período 0 (zero), pode obter-se o *stock* efectivamente detido em função dos valores presentes e passados do *stock* desejado, por recorrência: em primeiro lugar, escreve-se a relação (14) para  $t = 1$ ; em segundo lugar, escreve-se a relação (14) para  $t = 2$ , substituindo nela o valor de  $\phi(s_1)$  obtido com  $t = 1$ ; em terceiro lugar, escreve-se a relação (14) para  $t = 3$ , substituindo nela o valor de  $\phi(s_2)$  obtido com  $t = 2$ ; e assim sucessivamente, até que se chega à seguinte expressão,

$$\begin{aligned}\phi(s_t) &= \lambda [(1 - \lambda)^{t-1} \phi(s_1^*) + (1 - \lambda)^{t-2} \phi(s_2^*) + (1 - \lambda)^{t-3} \phi(s_3^*) + \dots + (1 - \lambda) \phi(s_{t-1}^*) + \phi(s_t^*)] + \\ &+ (1 - \lambda)^t \phi(s_0) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \phi(s_t) &= \lambda \sum_{\tau=0}^{t-1} (1 - \lambda)^\tau \phi(s_{t-\tau}^*) + (1 - \lambda)^t \phi(s_0) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow s_t &= \phi^{-1} \left[ \lambda \sum_{\tau=0}^{t-1} (1 - \lambda)^\tau \phi(s_{t-\tau}^*) + (1 - \lambda)^t \phi(s_0) \right].\end{aligned}\quad (15)$$

O resultado (15) vem justificar a necessidade de se impôr que a função  $\phi$  seja invertível.

Pode agora substituir-se (6) em (15), ficando com,

$$s_t = \phi^{-1} \left[ \lambda \sum_{\tau=0}^{t-1} (1 - \lambda)^\tau \phi[g(y_{t-\tau})] + (1 - \lambda)^t \phi(s_0) \right], \quad (16)$$

resultado este que é equivalente ao apresentado em (12) para o mecanismo de ajustamento parcial (não generalizado).

Após se ter desenvolvido a relação  $s_t^* = g(y_{t\bullet})$  através do mecanismo de ajustamento parcial generalizado, o que permitiu explicitar  $s_t$  em função das variáveis de longo prazo (veja-se (16)), pode agora reescrever-se o modelo global da procura de electricidade, apresentado em (7),

$$\begin{cases} q_t = u(x_{t\bullet})s_t \\ s_t = \phi^{-1} \left[ \lambda \sum_{\tau=0}^{t-1} (1 - \lambda)^\tau \phi[g(y_{t-\tau\bullet})] + (1 - \lambda)^t \phi(s_0) \right], 0 \leq \lambda \leq 1 \end{cases} \quad (17)$$

Repare-se que o *stock* desejado de aparelhos eléctricos não aparece directamente neste modelo, o que tem grande importância empírica, já que, se trata de uma variável não observável. Por outro lado, o *stock* de aparelhos eléctricos efectivamente detido,  $s_t$ , é agora explicado, em grande parte, pelas variáveis de longo prazo, só se necessitando de conhecer o valor do *stock* num ano inicial de referência (o ano zero), o que contorna os habituais problemas em dispôr de uma série coerente de valores para o *stock* de equipamentos eléctricos.

Como já se disse, o mecanismo de ajustamento parcial generalizado tem a virtude de englobar vários tipos de ajustamento, consoante a especificação que se atribua à função  $\phi$ . Uma das mais habituais especificações que se encontram na literatura sobre o assunto é a de fazer a função  $\phi$  igual ao logaritmo neperiano (de base  $e$ ), o que tem permitido uma "boa" interpretação teórica e empírica do fenómeno em estudo. Neste caso, a relação (13) escrever-se-á,

$$\ln s_t - \ln s_{t-1} = \lambda [\ln s_t^* - \ln s_{t-1}], 0 \leq \lambda \leq 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln \frac{s_t}{s_{t-1}} = \ln \left( \frac{s_t^*}{s_{t-1}} \right)^\lambda, 0 \leq \lambda \leq 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{s_t}{s_{t-1}} = \left( \frac{s_t^*}{s_{t-1}} \right)^\lambda, \quad 0 \leq \lambda \leq 1, \quad (18)$$

onde a última passagem se efectuou porque, de  $\ln a = \ln b$ , sai que  $a = b$ .

O considerar a função  $\phi$  como a função logarítmica acaba por equivaler a considerar que a razão entre o *stock* efectivamente detido num dado período e no período imediatamente anterior (o que é dado por  $\frac{s_t}{s_{t-1}}$ ) é uma parte da razão entre o *stock* desejado nesse dado período e o *stock* efectivamente detido no período imediatamente anterior (o que é dado por  $\frac{s_t^*}{s_{t-1}}$ ), como se pode ver por (18). Este processo de ajustamento induzido pela função logarítmica traduz uma evolução do *stock* de aparelhos eléctricos compatível com aquilo que seria de esperar, de um ponto de vista teórico. Para esclarecer melhor este aspecto, convirá fazer um estudo mais pormenorizado deste processo de ajustamento. No intuito de facilitar esse estudo e de tornar mais claro o processo de convergência do *stock* efectivamente detido ao *stock* desejado, vai pressupor-se um estado estacionário para a variável  $s_t^*$ , isto é,

$$s_t^* = s^*, \quad \forall t \geq 1. \quad (19)$$

Implicitamente, está-se a pressupor, também, um estado estacionário para as variáveis de longo prazo, uma vez que  $s_t^* = g(y_t)$ .

Substituindo agora, (19) em (15), tem-se,

$$s_t = \phi^{-1} \left[ \lambda \sum_{\tau=0}^{t-1} (1 - \lambda)^\tau \phi(s^*) + (1 - \lambda)^t \phi(s_0) \right].$$

Relembrando que se está a considerar o caso em que  $\phi = \ln$ , e, consequentemente,  $\phi^{-1} = \exp$  (exponencial), tem-se,

$$s_t = \exp \left[ \lambda \sum_{\tau=0}^{t-1} (1 - \lambda)^\tau \ln s^* + (1 - \lambda)^t \ln s_0 \right].$$

Vai desenvolver-se esta última expressão,

$$s_t = \exp \left[ \lambda \sum_{\tau=0}^{t-1} (1-\lambda)^\tau \ln s^* + (1-\lambda)^t \ln s_0 \right] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow s_t = \exp \left[ \lambda \ln s^* \sum_{\tau=0}^{t-1} (1-\lambda)^\tau + (1-\lambda)^t \ln s_0 \right] .$$

Repare-se que  $\sum_{\tau=0}^{t-1} (1-\lambda)^\tau$  é a soma dos primeiros  $t$  termos de uma progressão geométrica,

de razão  $(1-\lambda)$  e cujo primeiro termo é 1. Então, recorrendo à fórmula que dá a soma dos primeiros  $t$  termos de uma progressão geométrica<sup>7</sup>, tem-se,

$$\sum_{\tau=0}^{t-1} (1-\lambda)^\tau = \frac{1 - (1-\lambda)^t}{1 - (1-\lambda)} = \frac{1 - (1-\lambda)^t}{\lambda} .$$

Substituindo este resultado, na expressão acima, e após algumas passagens<sup>8</sup>, obtem-se,

$$s_t = s^* \left( \frac{s_0}{s^*} \right)^{(1-\lambda)^t} . \quad (20)$$

A expressão (20) é a solução (estacionária, devido a (19)) do processo de ajustamento, podendo-se representar graficamente da seguinte forma:

<sup>7</sup>A soma dos primeiros  $t$  termos de uma progressão geométrica, de razão  $r$ , cujo primeiro termo é  $u_1$  e cujo termo de ordem  $t$  é  $u_t$ , é dada por,  $\frac{u_1 - u_t r}{1 - r}$ .

<sup>8</sup>Estas passagens vão explanar-se na presente nota de pé-de-página,

$$s_t = \exp \left[ \lambda \ln s^* \frac{1 - (1-\lambda)^t}{\lambda} + (1-\lambda)^t \ln s_0 \right] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow s_t = \exp [\ln s^* - (1-\lambda)^t \ln s^* + (1-\lambda)^t \ln s_0] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow s_t = \exp [\ln s^*] \exp [-(1-\lambda)^t (\ln s^* - \ln s_0)] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow s_t = s^* \exp \left[ \ln \left( \frac{s_0}{s^*} \right)^{(1-\lambda)^t} \right] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow s_t = s^* \left( \frac{s_0}{s^*} \right)^{(1-\lambda)^t} .$$

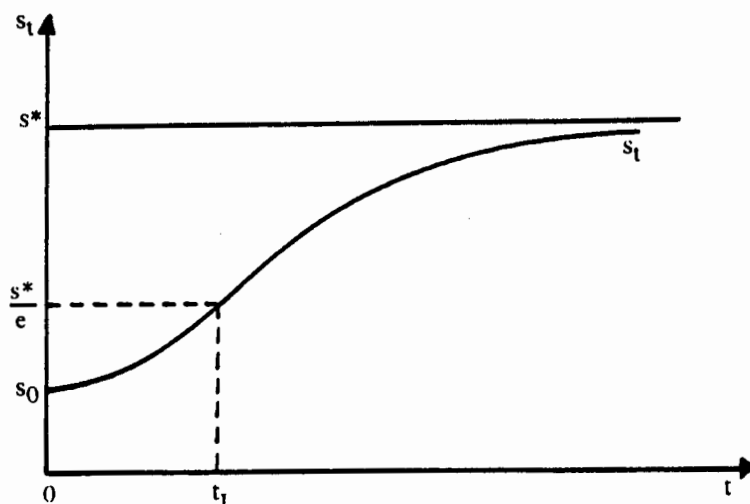


FIGURA 8

Na construção da Figura 8 supõe-se a situação mais óbvia e normal de se ter  $s_0 < s^*$ . Nesta condição, o processo de crescimento e convergência de  $s_t$  para  $s^*$  processa-se a uma velocidade crescente até atingir um máximo no período  $t_1$  (até  $t_1$  a curva que representa  $s_t$  é convexa, pelo que, se tem  $\frac{d^2 s_t}{dt^2} > 0$ <sup>9</sup>), a partir de onde a convergência se passa a processar a uma velocidade decrescente para zero (a partir de  $t_1$  a curva representa  $s_t$  é côncava, pelo que, se tem  $\frac{d^2 s_t}{dt^2} < 0$ <sup>10</sup>). O tipo de ajustamento aqui representado é coerente com a teoria sobre a evolução do *stock* de aparelhos eléctricos: numa primeira fase, quando o produto é lançado, tem-se uma procura acrescida, verificando-se um rápido crescimento do *stock* (há poucos anos atrás, teve-se o exemplo dos vídeos e dos computadores pessoais), até se alcançar uma situação em que a procura vai sendo cada vez menor, atingindo o *stock* uma fase de quase

<sup>9</sup>Relembre-se que a primeira derivada de uma função cujo argumento é o tempo é uma medida da velocidade com que essa função responde à passagem do tempo (ou seja, a variações do seu argumento). Pelo seu lado, o sinal da segunda derivada indica a monotonia da primeira derivada. Assim, se a segunda derivada for positiva

(como acontece com  $\frac{d^2 s_t}{dt^2}$ ) isso significa que a primeira derivada é crescente - mas, a primeira derivada é uma medida da velocidade (como atrás se disse), pelo que, o facto de a segunda derivada ser positiva significa que a velocidade (de ajustamento) é crescente.

<sup>10</sup>Veja-se a nota de pé-de-página nº 9, tendo o cuidado de fazer as evidentes adaptações para o caso em que a segunda derivada é negativa.

estagnação (é o que acontece com os frigoríficos e as televisões, por exemplo, aparelhos eléctricos já bastante difundidos e cuja aquisição se faz mais para substituir aparelhos antigos, do que para ter o bem pela primeira vez - é mais uma procura de renovação do *stock*, para fazer face à sua depreciação, do que uma procura para aumentar o *stock*). O ajustamento parcial aqui preconizado pela função logarítmica parece, então, responder razoavelmente bem às diferentes fases de convergência do *stock* efectivamente detido para o *stock* desejado.

O período que marca a mudança do ritmo de convergência - o período  $t_1$  - é um ponto de inflexão da curva representada na Figura 8 e atinge-se quando o nível do *stock* é (a dedução de  $t_1$  e de  $s_{t_1}$  pode ver-se no Anexo 1),

$$s_{t_1} = \frac{s^*}{e} .$$

Notando agora que  $e \approx 2,72$ , sai que  $s_{t_1} \approx 0,37s^*$ , donde se pode concluir que a convergência de  $s_t$  para  $s^*$  se faz a uma velocidade crescente até se atingir cerca de 37% do *stock* desejado e a uma velocidade decrescente daí para a frente. Note-se, ainda, que estes cerca de 37% do *stock* desejado são atingidos no período  $t_1$  e que este período ocorre tanto mais cedo, quanto maior for a constante de ajustamento  $\lambda$  (o que seria de esperar). Aliás, da expressão de  $t_1$  (presente no Anexo 1) conclui-se que: i)  $\lambda \rightarrow 1 \Rightarrow t_1 \rightarrow 0$ ; ii)  $\lambda \rightarrow 0 \Rightarrow t_1 \rightarrow +\infty$ .



### 2.3.3 - O PREÇO DA ELECTRICIDADE: COMO REFLECTIR UMA DADA ESTRUTURA DE TARIFAS?

A electricidade é um bem que não é vendido a um preço único, mas sim a um preço que varia com a quantidade vendida a cada consumidor num dado período de tempo<sup>11</sup>. Essa relação entre o preço e a quantidade vendida (consumida) não é uma relação contínua, mas sim uma relação discreta por blocos ou escalões de quantidade: para quantidades consumidas até  $d_1$ , o preço da electricidade será  $p_1$ ; para quantidades consumidas entre  $d_1$  e  $d_2$ , o preço será  $p_2$ ; para quantidades consumidas entre  $d_2$  e  $d_3$ , o preço será  $p_3$ ; e assim sucessivamente, até que, supondo  $b$  blocos ou escalões, para quantidades consumidas acima de  $d_{b-1}$ , o preço será  $p_b$  (veja-se a Figura 9).

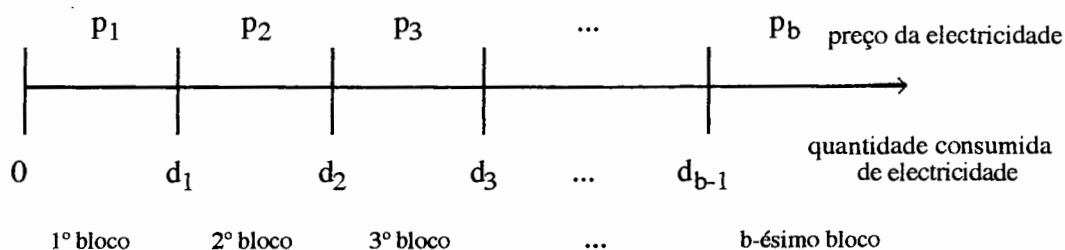


FIGURA 9

Vai supor-se o caso mais corrente de o consumidor que se situa num dado bloco (entende-se aqui por situar num dado bloco, o facto de o seu consumo de electricidade atingir uma dada quantidade, a qual se situa nesse bloco) não pagar toda a electricidade consumida ao preço

<sup>11</sup>Daqui para a frente, e por comodidade de expressão, vai omitir-se que a quantidade vendida se refere a "um dado período de tempo". Assim, sempre que se disser que o preço é função da quantidade vendida (consumida), deve subentender-se que, em rigor, ele é função da quantidade vendida (consumida) num dado período de tempo.

desse bloco, mas antes, pagar a electricidade de cada bloco ao preço respectivo: por exemplo, supondo que o consumidor consome uma quantidade  $q$  de electricidade, a qual se situa no 3º bloco,  $d_2 < q \leq d_3$ , a sua despesa total em electricidade (que se designará pela letra  $E$ ) vai ser  $E = p_1 d_1 + p_2 (d_2 - d_1) + p_3 (q - d_2)$ <sup>12</sup>.

Esta estrutura de tarifas ou de preços por blocos levanta dois tipos de problemas. O primeiro tem a ver com a diversidade de preços com que se depara o consumidor, nomeadamente, b preços marginais, um para cada bloco, e, ainda, um preço médio (que se designará por PM), o qual será dado por  $PM = \frac{E}{q}$  (e que diferirá de consumidor para consumidor, consoante a quantidade de electricidade por este consumida). Perante tal variedade de preços, é lógico inquirir qual ou quais os relevantes para incluir na função de procura de electricidade: todos os preços, o preço médio ou o preço marginal (e, neste caso, qual preço marginal)? Um segundo problema tem a ver com a dependência dos preços em relação à quantidade consumida de electricidade: não só o preço médio, mas também o preço marginal dependem da quantidade (para determinar o último é necessário saber em que bloco terminou o consumo). Surgem aqui problemas de simultaneidade e identificação, na medida em que, se a quantidade depende do preço (a relação "normal"), também o preço depende da quantidade (em virtude da estrutura de tarifas).

— Por agora, vai abordar-se o primeiro tipo de problemas, relacionados com a diversidade de preços.

No caso de um bem em que o seu preço não dependa da quantidade consumida, o preço relevante para a decisão de consumo vai ser o preço marginal, como é bem conhecido da teoria clássica, já que, é ao nível da margem que o agente económico vai equacionar os benefícios e os custos. Aliás, neste caso em que o preço do bem é único e independente da

---

<sup>12</sup>Não quer isto dizer que as estruturas de tarifas sejam sempre definidas desta forma. Também se pode determinar que o consumidor pague toda a electricidade ao preço do bloco em que se situa (caso em que, no exemplo dado, a despesa seria  $E = p_3 q$ ). No entanto, a situação mais vulgar é o cálculo da despesa em electricidade ser feito bloco a bloco, pelo que, a teoria será desenvolvida nessa assumpção.

quantidade consumida, o preço marginal coincide (obviamente) com o preço médio, o que torna a escolha do preço relevante bastante pacífica.

Quando se trata da electricidade, a presença de um preço para cada bloco de consumo conduz à divergência entre preço médio e preço marginal, tornando muito menos claro o processo de escolha do preço relevante. No intuito de discutir com profundidade este assunto, vai apresentar-se uma primeira implicação de uma estrutura de preços por blocos. Para tal, suponha-se uma situação caracterizada pelos seguintes elementos:

- um dado consumidor depara-se com dois bens no mercado - a electricidade e o bem B (pode admitir-se que este bem B seja um bem composto);
- o bem B é vendido a um preço  $p_B$ , independente da quantidade consumida  $q_B$ ; a electricidade é vendida de acordo com uma estrutura de preços em dois blocos e uma tarifa fixa para consumos baixos<sup>13</sup>, ou seja (designando por  $q$  a quantidade consumida de electricidade, por  $d_1$  e  $d_2$  as quantidades de electricidade que definem os blocos, por  $p_1$  e  $p_2$  os preços da electricidade no primeiro e no segundo blocos, respectivamente e por  $TF$  a tarifa fixa imposta para consumos baixos),
  - para  $q \leq d_1$ , o consumidor pagará uma tarifa fixa  $TF$ , independentemente da quantidade consumida,
  - para  $d_1 < q \leq d_2$ , o preço da electricidade é  $p_1$ ,
  - para  $q > d_2$ , o preço da electricidade é  $p_2$ ;

---

<sup>13</sup>Esta tarifa fixa é uma prática muito comum das companhias de electricidade e pode entender-se como incluindo uma taxa de aluguer pela potência contratada e um consumo mínimo exigido a todos os utentes (que é pago quer seja efectuado ou não).

- a estrutura de tarifas que define o preço da electricidade é uma estrutura decrescente, isto é,  $p_2 < p_1$ <sup>14</sup>;

- o consumidor dispõe de um orçamento  $M$ , para gastar com os dois bens.

O preço por blocos da electricidade subjacente a esta situação, que representa genericamente o tarifário praticado por uma companhia de electricidade, não deve ser determinado ao acaso por esta, podendo ser deduzido através de um processo de maximização do bem-estar dos consumidores de electricidade (não se esqueça que a generalidade das companhias de electricidade são alvo de significativa intervenção do Estado, o qual não deve descurar o bem-estar dos consumidores) sujeito à restrição de que a companhia de electricidade não tenha prejuízos. Como o objectivo do presente trabalho se circunscreve à explicação e modelização da procura de electricidade, a determinação do tarifário da electricidade - que se efectua do outro lado do mercado, ou seja, do lado da oferta - sai fora desse âmbito. Ainda assim, remeteu-se para o Anexo 2 um significativo desenvolvimento deste assunto, aí se explicitando uma possível dedução de um tarifário óptimo da electricidade.

O preço por blocos da electricidade conduz a uma restrição orçamental do tipo,

$$TF + m_1(p_1, q, d_1, d_2) + m_2(p_2, q, d_2) + p_B q_B = M, \quad (21)$$

onde,

---

<sup>14</sup>A utilização de uma estrutura de preços decrescente por blocos tem a ver com razões históricas, já que, tem sido esta a prática habitual em países como os Estados Unidos da América e algumas nações da Europa Ocidental. Isto não quer dizer que não existam estruturas de preços crescentes por blocos, as quais são cada vez mais frequentes com o agudizar e o consciencializar dos problemas energéticos (como forma de colocar um travão a consumos excessivos e desnecessários). No entanto, como as análises teóricas efectuadas na literatura sobre o assunto continuam a versar sobre o caso em que a estrutura de preços é decrescente por blocos, preferiu optar-se por esta via, ainda para mais atendendo ao facto de a monotonia da estrutura de preços não afectar os resultados obtidos: o essencial é que o preço varia em função da quantidade, sendo secundário (para as conclusões que se vão tirar) se essa variação se efectua no mesmo sentido (preços crescentes com os blocos) ou em sentido inverso (preços decrescentes com os blocos).

$$m_1(p_1, q, d_1, d_2) = \begin{cases} 0, & q \leq d_1 \\ p_1(q - d_1), & d_1 < q \leq d_2 \\ p_1(d_2 - d_1), & q > d_2 \end{cases},$$

$$m_2(p_2, q, d_2) = \begin{cases} 0, & q \leq d_2 \\ p_2(q - d_2), & q > d_2 \end{cases}.$$

É fácil de ver, pelas expressões de  $m_1(p_1, q, d_1, d_2)$  e  $m_2(p_2, q, d_2)$ , que a restrição orçamental (21) é não linear, o que se pode comprovar pela Figura 10:

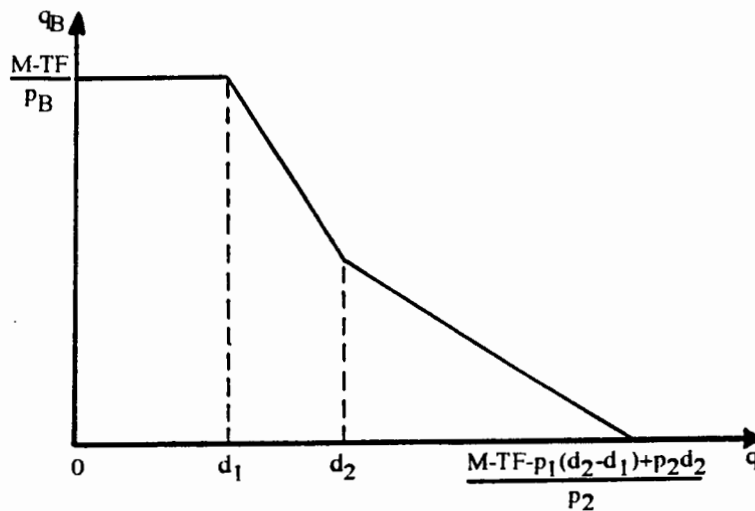


FIGURA 10

O segmento de recta horizontal compreendido entre 0 (zero) e  $d_1$  é a recta orçamental que corresponde à tarifa fixa aplicada à electricidade: como se paga sempre o mesmo (TF) de electricidade, também acaba por se adquirir sempre o mesmo do outro bem ( $\frac{M - TF}{p_B}$ ). O

segmento de recta entre  $d_1$  e  $d_2$  é a recta orçamental que corresponde ao primeiro bloco de preços da electricidade e o seu declive é  $-\frac{p_1}{p_B}$ . Por último, o segmento de recta entre  $d_2$  e  $\frac{M - TF - p_1(d_2 - d_1) + p_2d_2}{p_2}$  é a recta orçamental que corresponde ao segundo bloco de

preços da electricidade e o seu declive é  $-\frac{p_2}{p_1}$ . Falta apenas confirmar os pontos em que esta

"recta" orçamental se encontra com os eixos:

- encontra-se com o eixo das ordenadas, quando  $q = 0$ , caso em que  $m_1(p_1, q, d_1, d_2) = 0$  e  $m_2(p_2, q, d_2) = 0$ , pelo que, (21) fica,

$$TF + p_B q_B = M \Leftrightarrow q_B = \frac{M - TF}{p_B} ;$$

- encontra-se com o eixo das abcissas, quando  $q_B = 0$  e  $q > d_2$ , caso em que  $m_1(p_1, q, d_1, d_2) = p_1(d_2 - d_1)$  e  $m_2(p_2, q, d_2) = p_2(q - d_2)$ , pelo que, (21) fica,

$$TF + p_1(d_2 - d_1) + p_2(q - d_2) = M \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow p_2(q - d_2) = M - TF - p_1(d_2 - d_1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow q = \frac{M - TF - p_1(d_2 - d_1) + p_2 d_2}{p_2} .$$

A não linearidade da restrição orçamental traz implicações sensíveis para a dedução das funções de procura. Em primeiro lugar, o equilíbrio do consumidor não pode ser derivado recorrendo ao cálculo diferencial usual na teoria clássica, a qual pressupõe um preço único para o bem, independentemente da quantidade consumida. Isto não significa que as funções de procura não existam: elas existem, só que não podem ser deduzidas analiticamente pelos métodos habituais da teoria clássica. Em segundo lugar, as funções de procura são descontínuas, estando os pontos de descontinuidade situados nas quantidades que definem a mudança de um bloco para outro (note-se que uma alteração dos preços pode levar o consumidor a situar-se noutra bloco). Em terceiro lugar, abre-se a possibilidade de um equilíbrio múltiplo, ou seja, da existência simultânea de mais do que um óptimo (no exemplo da Figura 10, bastará supor uma curva de indiferença que seja duas vezes tangente à restrição orçamental, uma vez no troço compreendido entre  $d_1$  e  $d_2$  e outra vez no troço compreendido entre  $d_2$  e  $\frac{M - TF - p_1(d_2 - d_1) + p_2 d_2}{p_2}$  ).

Todas estas consequências de uma restrição orçamental não linear são induzidas, em última instância e como já se disse, por uma estrutura de preços por blocos, o que traz de volta a discussão sobre qual o preço da electricidade relevante para introduzir na função de procura respectiva.

Em termos puramente teóricos e de rigor, a solução correcta seria a de introduzir na função de procura de electricidade a própria estrutura de preços por blocos, já que, é com essa estrutura que o consumidor se depara, logo, é ela que verdadeiramente traduz e explica o seu comportamento. No entanto, esta solução ideal depara com fortes entraves no plano empírico, os quais se prendem com a definição concreta de uma variável que represente totalmente a estrutura de preços por blocos. A questão não está tanto na dificuldade em construir essa variável, mas mais na expressão analítica que daí resultaria para representar a relação de procura, a qual seria extremamente "pesada" e levantaria grandes problemas de estimação (nomeadamente a existência de multicolinearidade, dada a eventual presença de vários preços e várias quantidades, para representar a estrutura de preços por blocos).

Posto o problema nestes termos, parece óbvio que o caminho a seguir é o de encontrar uma (ou mais de uma) variável preço que, de alguma forma, represente a estrutura de preços por blocos - essa (ou essas) variável seria introduzida na função de procura de electricidade, sendo esta entendida como uma aproximação à "verdadeira" relação de procura e não como a "verdadeira" relação de procura (porque esta engloba a própria estrutura de preços por blocos). Assim sendo, coloca-se o problema de definir qual a variável preço que melhor representa a estrutura de preços por blocos: o preço médio, o preço marginal ou ambos? Para responder a esta questão, vai voltar-se ao exemplo do consumidor representado na Figura 10, mas supondo, numa primeira fase, uma situação "normal" em que o consumidor se depara com dois bens - o bem A e o bem B - sendo os respectivos preços  $p_A$  e  $p_B$ , ambos válidos quaisquer que sejam as quantidades adquiridas. Suponha-se, ainda, que o preço do

bem A aumenta de  $p_A$  para  $p_A^*$  (mantendo-se constantes, o preço do bem B e o orçamento).

Graficamente, a situação representa-se como se segue, na Figura 11.

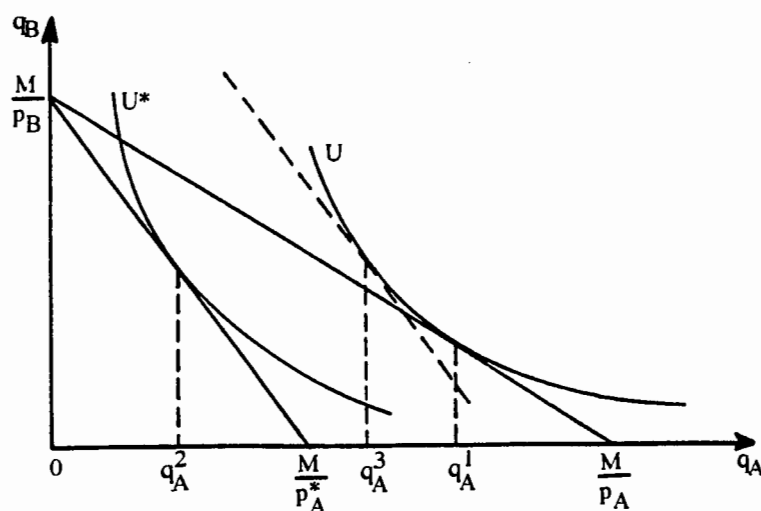


FIGURA 11

Quando o preço do bem A é  $p_A$ , o consumidor adquire  $q_A^1$  unidades do bem A (dadas pela tangência da curva de indiferença U com a recta do orçamento  $[\frac{M}{p_B}, \frac{M}{p_A}]$ ). Com o aumento do preço do bem A para  $p_A^*$ , o novo óptimo situa-se agora na tangência entre a curva de indiferença  $U^*$  e a recta do orçamento  $[\frac{M}{p_B}, \frac{M}{p_A^*}]$ , onde a quantidade consumida do bem A é  $q_A^2$ . O efeito total do aumento do preço do bem A (em valor absoluto),  $q_A^1 - q_A^2$ , pode decompor-se (como é conhecido) num efeito substituição e num efeito rendimento. Usando a definição de Hicks e notando que a recta a tracejado é paralela a  $[\frac{M}{p_B}, \frac{M}{p_A^*}]$ , vem que o efeito substituição é dado por  $q_A^1 - q_A^3$  (repare-se que, em  $q_A^3$  o nível de utilidade permanece o mesmo de antes do aumento do preço do bem A) e o efeito rendimento é dado por  $q_A^3 - q_A^2$ .

Suponha-se agora que o bem A passa a ser a electricidade, sendo válida a estrutura de preços por blocos definida no exemplo da Figura 10 (tem-se, pois, uma restrição orçamental não



linear). Admite-se, ainda, que o consumidor se situa no segundo bloco de preços, deparando-se com o preço  $p_2$  da electricidade. Neste sentido e para o consumidor em causa,  $p_2$  será o preço marginal da electricidade, sendo o preço  $p_1$  um preço inframarginal (ou, há também quem chame, intramarginal). Repare-se que, ambos os preços da electricidade,  $p_1$  e  $p_2$ , são preços marginais, no sentido em que eles são efectivamente os preços marginais da electricidade nos respectivos blocos, isto é,  $p_1$  é o preço marginal da electricidade no primeiro bloco e  $p_2$  é o preço marginal da electricidade no segundo bloco. No entanto, para um dado consumidor, o preço marginal do bloco em que se situa é, verdadeiramente, o "seu" preço marginal, pois é aquele com que se depara, sendo os preços marginais dos blocos abaixo do bloco onde se situa chamados de inframarginais para distinguir (obviamente que os preços marginais dos blocos acima do bloco onde se situa serão apelidados de supramarginais). Após esta precisão na designação dos preços, volte-se ao exemplo, para determinar os efeitos de um aumento da tarifa fixa de TF para TF\* (mantendo-se constantes, o preço do bem B, os preços da electricidade  $p_1$  e  $p_2$  e o orçamento). Graficamente, a situação representa-se como se segue, na Figura 12.

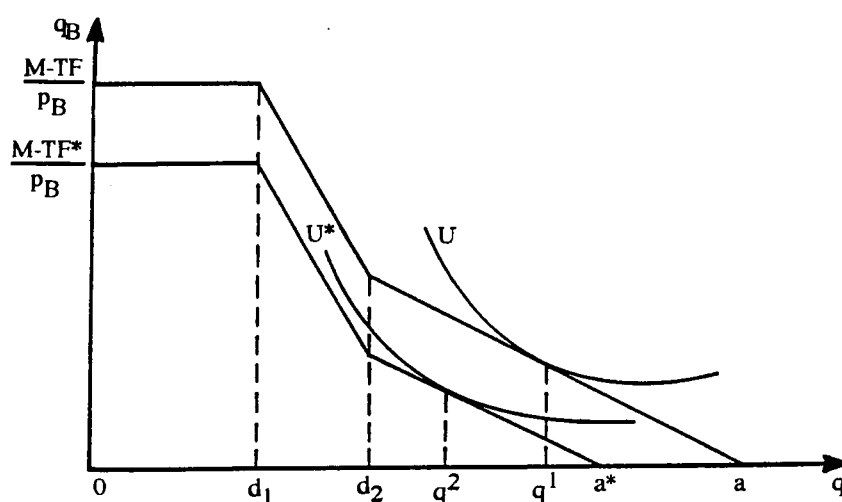


FIGURA 12

Quando a tarifa fixa é TF, o consumidor adquire  $q^1$  de electricidade (dado pela tangência da curva de indiferença U com o troço  $[d_2, a]$  da restrição orçamental, onde  $a = \frac{M - TF - p_1(d_2 - d_1) + p_2 d_2}{p_2}$ , podendo-se ver a sua determinação no exemplo da

Figura 10). Com o aumento da tarifa fixa para  $TF^*$ , o novo óptimo situa-se agora na tangência entre a curva de indiferença  $U^*$  e o troço  $[d_2, a^*]$  da restrição orçamental (note-se que  $a^* = \frac{M - TF^* - p_1(d_2 - d_1) + p_2 d_2}{p_2}$ , determinando-se de forma similar a  $a$ ), onde a

quantidade consumida de electricidade é  $q^2$ . O efeito total do aumento da tarifa fixa (em valor absoluto),  $q^1 - q^2$ , pode decompor-se num efeito substituição e num efeito rendimento. No entanto, neste caso não existe efeito substituição, já que, usando a definição de Hicks e fazendo a analogia com o exemplo da Figura 11, a recta a tracejado paralela a  $[d_2, a^*]$  irá coincidir com a recta  $[d_2, a]$ , pelo que,  $q^1 = q^3$  e o efeito substituição é  $q^1 - q^3 = 0$ . Então, todo o efeito total  $q^1 - q^2$  é exclusivamente um efeito rendimento. Daqui se conclui que variações na tarifa fixa induzem apenas um efeito rendimento.

Analise-se agora os efeitos de um aumento do preço inframarginal da electricidade (isto é, o preço do primeiro bloco,  $p_1$ , já que, o consumidor se situa no segundo bloco) de  $p_1$  para  $p_1^*$  (mantendo-se constantes, o preço do bem B, a tarifa fixa, o preço marginal da electricidade  $p_2$  e o orçamento). Graficamente, a situação representa-se como se segue, na Figura 13.

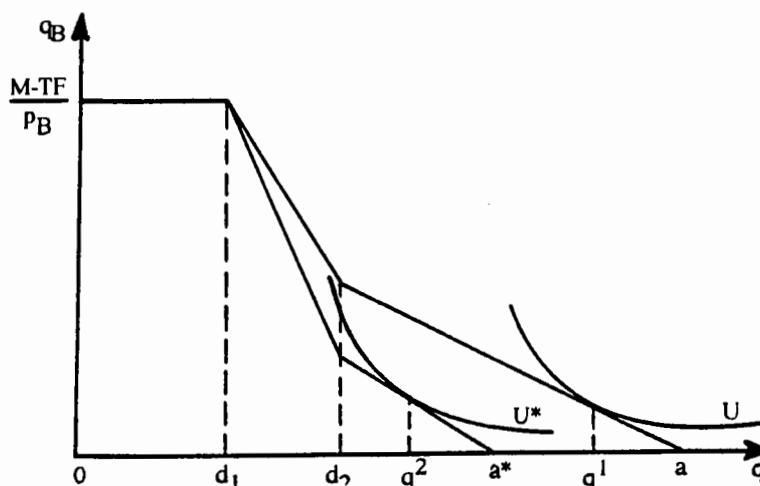


FIGURA 13

Quando o preço inframarginal da electricidade é  $p_1$ , o consumidor adquire  $q^1$  de electricidade (dado pela tangência da curva de indiferença  $U$  com o troço  $[d_2, a]$  da restrição orçamental, onde  $a = \frac{M - TF - p_1(d_2 - d_1) + p_2 d_2}{p_2}$ , podendo-se ver a sua determinação no exemplo da Figura 10). Com o aumento do preço inframarginal de  $p_1$  para  $p_1^*$ , o novo óptimo situa-se agora na tangência entre a curva de indiferença  $U^*$  e o troço  $[d_2, a^*]$  da restrição orçamental (note-se que  $a^* = \frac{M - TF - p_1^*(d_2 - d_1) + p_2 d_2}{p_2}$ , determinando-se de forma similar a  $a$ ), onde a quantidade consumida de electricidade é  $q^2$ . O efeito total do aumento do preço inframarginal (em valor absoluto),  $q^1 - q^2$ , pode decompor-se num efeito substituição e num efeito rendimento. No entanto, neste caso não existe efeito substituição, já que, usando a definição de Hicks e fazendo a analogia com o exemplo da Figura 11, a recta a tracejado paralela a  $[d_2, a^*]$  irá coincidir com a recta  $[d_2, a]$ , pelo que,  $q^1 = q^3$  e o efeito substituição é  $q^1 - q^3 = 0$ . Então, todo o efeito total  $q^1 - q^2$  é exclusivamente um efeito rendimento. Daqui se conclui que variações no preço inframarginal da electricidade induzem apenas um efeito rendimento (à semelhança do que sucede com variações na tarifa fixa).

Por último, analisem-se os efeitos de um aumento do preço marginal da electricidade (isto é, o preço do segundo bloco,  $p_2$ , já que, o consumidor se situa no segundo bloco) de  $p_2$  para  $p_2^*$  (mantendo-se constantes, o preço do bem B, a tarifa fixa, o preço inframarginal da electricidade  $p_1$  e o orçamento). Graficamente, a situação representa-se como se segue, na Figura 14.

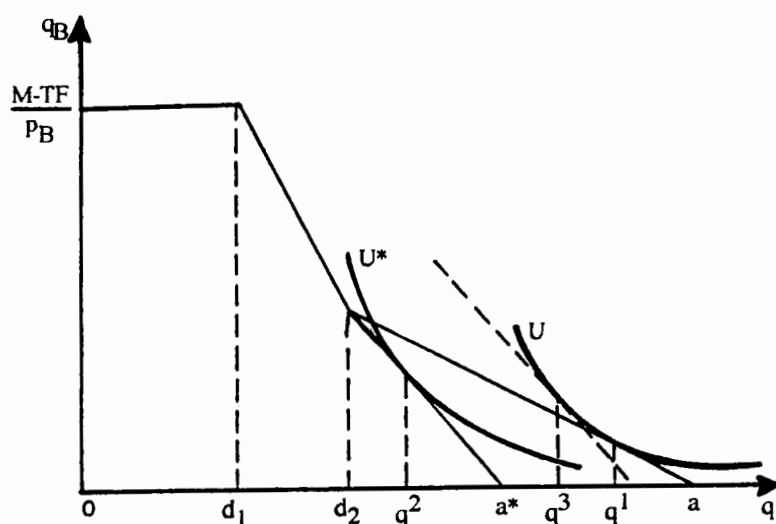


FIGURA 14

Quando o preço marginal da electricidade é  $p_2$ , o consumidor adquire  $q^1$  de electricidade (dado pela tangência da curva de indiferença  $U$  com o troço  $[d_2, a]$  da restrição orçamental, onde  $a = \frac{M - TF - p_1(d_2 - d_1) + p_2 d_2}{p_2}$ , podendo-se ver a sua determinação no exemplo da Figura 10). Com o aumento do preço marginal de  $p_2$  para  $p_2^*$ , o novo óptimo situa-se agora na tangência entre a curva de indiferença  $U^*$  e o troço  $[d_2, a^*]$  da restrição orçamental (note-se que  $a^* = \frac{M - TF - p_1(d_2 - d_1) + p_2^* d_2}{p_2^*}$ , determinando-se de forma similar a  $a$ ), onde a quantidade consumida de electricidade é  $q^2$ . O efeito total do aumento do preço inframarginal (em valor absoluto),  $q^1 - q^2$ , pode decompor-se num efeito substituição e num efeito rendimento. Usando a definição de Hicks e notando que a recta a tracejado é paralela a

$[d_2, a^*]$ , vem que o efeito substituição é dado por  $q^1 - q^3$  (repare-se que, em  $q^3$  o nível de utilidade permanece o mesmo de antes do aumento do preço marginal da electricidade) e o efeito rendimento é dado por  $q^3 - q^2$ . Daqui se conclui que variações no preço marginal da electricidade induzem quer um efeito substituição quer um efeito rendimento (à semelhança da situação "normal", exemplificada na Figura 11).

Com base nestes exemplos podem extrair-se duas conclusões fundamentais: o preço marginal da electricidade (entendendo por preço marginal, repita-se, o preço do bloco em que o consumidor se situa) é importante, na medida em que ele influencia a decisão do consumidor, sendo tal influência expressa num efeito substituição e num efeito rendimento sobre a procura (veja-se o exemplo representado na Figura 14); os preços inframarginais e a tarifa fixa (se existir) também são importantes, na medida em que condicionam a decisão do consumidor, o que é expresso apenas na forma de um efeito rendimento (vejam-se os exemplos das Figuras 12 e 13)<sup>15</sup>. Assim sendo, parece indicado, na linha do sugerido por Taylor [veja-se Taylor (1975) - pg. 79-80], incluir na função de procura da electricidade as duas seguintes variáveis de preços:

- Um preço médio calculado pela divisão entre a despesa total do consumidor até ao bloco anterior àquele onde se situa e a quantidade de electricidade consumida até esse bloco. Por outras palavras, designando por  $h$  o bloco onde se encontra o consumidor e por PMD o preço médio acima definido, ele calcula-se como,

$$PMD = \frac{TF + p_1 d_1 + p_2 (d_2 - d_1) + p_3 (d_3 - d_2) + \dots + p_{h-1} (d_{h-1} - d_{h-2})}{d_{h-1}}. \quad (22)$$

Este preço médio destina-se a apreender o efeito rendimento da tarifa fixa e dos preços inframarginais  $(p_1, p_2, \dots, p_{h-1})$ <sup>16</sup>.

<sup>15</sup>Não se exemplificou o caso de uma variação de um preço supramarginal da electricidade, porque esta não teria qualquer efeito sobre o equilíbrio do consumidor, o que se pode verificar através de uma análise idêntica à efectuada para os exemplos das Figuras 12, 13 e 14.

<sup>16</sup>Repare-se que, na construção de (22), se teve por base a situação representada na Figura 9. A novidade, em relação a essa situação, é a presença da tarifa fixa, a qual deve aqui ser mais entendida como uma taxa de

Em alternativa a este preço médio, pode utilizar-se a despesa até ao bloco anterior àquele em que o consumidor se situa (isto é, o numerador de (22), que se designará por DPB, abreviatura de "despesa até ao penúltimo bloco",  $DPB = TF + p_1 d_1 + p_2(d_2 - d_1) + p_3(d_3 - d_2) + \dots + p_{h-1}(d_{h-1} - d_{h-2})$ ), para captar o efeito rendimento [veja-se Taylor (1975) - pg. 80].

- Um preço marginal (designado por PMG) que será o preço do bloco em que o utilizador se situa, o qual se destina a apreender o efeito substituição presente na decisão do consumidor (como se viu, este preço marginal também induz um efeito rendimento, mas, em termos de estimação, é de esperar que a maioria deste seja captado pela variável PMD (ou, em alternativa, pela variável DPB), ficando para o preço marginal a apreensão quase exclusiva do efeito substituição).

No entanto, o uso das variáveis PMG e PMD ou, em alternativa, das variáveis PMG e DPB, levanta alguns problemas, como o faz notar Nordin [veja-se Nordin (1976)]: no caso de se utilizarem as variáveis PMG e PMD, pode acontecer que, dadas duas estruturas de preços por blocos diferentes, elas (as variáveis PMG e PMD) assumam os mesmos valores em ambas as estruturas, o que não reflectiria o facto de estas serem diferentes. O mesmo se pode dizer se, em vez das variáveis PMG e PMD, forem utilizadas as variáveis PMG e DPB.

Este problema de, perante estruturas de preços por blocos diferentes com níveis de equilíbrio também diferentes, as variáveis PMG e PMD (ou, em alternativa, PMG e DPB) poderem ser iguais e, logo, conduzirem aos mesmos níveis de consumo (equilíbrio), leva Nordin a concluir que estas variáveis não representam eficazmente uma estrutura de preços por blocos e a propor uma outra variável para substituir as variáveis PMD ou DPB [veja-se Nordin (1976)]. Essa variável será dada pela diferença entre a despesa realmente efectuada pelo consumidor até ao bloco anterior àquele onde se situa (que é dada por DPB) e a despesa que

---

potência contratada do que como um consumo mínimo, já que, o primeiro escalão, onde vigora o preço  $p_1$ , vai de 0 (zero) até  $d_1$ , e não de um dado consumo mínimo até  $d_1$ .

teria de se efectuar até esse mesmo bloco, caso tivesse de pagar toda a electricidade consumida ao preço marginal. Formalizando esta variável (e designando-a por RSP, por razões que adiante se verão), tem-se (notando que  $PMG = p_h$ , porque o consumidor se situa no bloco h),

$$RSP = DPB - (TF + p_h d_{h-1}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow RSP = \sum_{i=1}^{h-1} (p_i - p_h)(d_i - d_{i-1}).^{17} \quad (23)$$

Da expressão (23) pode concluir-se que a variável RSP é uma espécie de "prémio" que o consumidor tem de pagar à companhia de electricidade pelo facto de esta ter implementado uma estrutura de preços por blocos, ao invés de vender toda a electricidade ao preço

---

<sup>17</sup>Vão expôr-se as passagens desta dedução na presente nota de pé-de-página.  
Tem-se,

$$RSP = DPB - (TF + p_h d_{h-1}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow RSP = TF + p_1 d_1 + p_2(d_2 - d_1) + \dots + p_{h-1}(d_{h-1} - d_{h-2}) - TF - p_h d_{h-1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow RSP = p_1 d_1 + p_2(d_2 - d_1) + \dots + p_{h-1}(d_{h-1} - d_{h-2}) - p_h d_{h-1}.$$

Notando agora que,  $d_{h-1} = d_1 + (d_2 - d_1) + \dots + (d_{h-1} - d_{h-2})$ , tem-se,

$$RSP = p_1 d_1 + p_2(d_2 - d_1) + \dots + p_{h-1}(d_{h-1} - d_{h-2}) - p_h[d_1 + (d_2 - d_1) + \dots + (d_{h-1} - d_{h-2})] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow RSP = p_1 d_1 + p_2(d_2 - d_1) + \dots + p_{h-1}(d_{h-1} - d_{h-2}) - p_h d_1 - p_h(d_2 - d_1) - \dots - p_h(d_{h-1} - d_{h-2}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow RSP = (p_1 - p_h)d_1 + (p_2 - p_h)(d_2 - d_1) + \dots + (p_{h-1} - p_h)(d_{h-1} - d_{h-2}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow RSP = \sum_{i=1}^{h-1} (p_i - p_h)(d_i - d_{i-1}),$$

fazendo  $d_0 = 0$ .

marginal (note-se que  $RSP > 0$ , já que, se está a pressupor uma estrutura de preços decrescentes por blocos, isto é,  $p_i > p_{i+1}$ ,  $i = 1, 2, \dots, b-1$ <sup>18</sup>). É precisamente neste sentido de a variável RSP ser um "prémio" (pago pelo consumidor) inerente à estrutura de tarifas que ela foi baptizada, em língua inglesa, de *rate structure premium*, de cujas iniciais deriva a sua usual designação RSP.

Repare-se que a variável RSP não só apanha os efeitos da extensão dos blocos e dos preços (inframarginais) de cada bloco, como também, as diferenças entre os preços inframarginais e o preço marginal ponderadas pelas extensões dos respectivos blocos, e é neste último aspecto que ela se distingue (para melhor) em relação às variáveis PMD e DPB.

Então, uma "boa" solução para representar uma dada estrutura de preços por blocos numa função de procura será a inclusão, nesta última, das variáveis PMG e RSP.

Esta solução parece resolver o "velho" dilema de qual dos dois preços incluir na função de procura de electricidade: o preço marginal ou o preço médio? Ficou claro que o preço marginal, por si só, não representa bem uma dada estrutura de preços por blocos, já que, antes de mais, um simples preço marginal pode ser associado a diferentes estruturas de preços por blocos. Por outro lado, o preço marginal explica o comportamento do consumidor no bloco em que ele se encontra, mas não explica porque é que o consumidor se situa nesse bloco e não noutro. Quanto à introdução do preço médio como representativo de uma dada estrutura de preços por blocos ficou, também, claro que esta não é a solução ideal, já que, o preço médio "mistura" os preços inframarginais com o preço marginal, não permitindo apreender os diferentes efeitos que ambos induzem e que constituem uma característica peculiar da estrutura de preços por blocos.

No início deste ponto do trabalho afirmou-se que uma estrutura de preços por blocos levantava dois tipos de problemas: a diversidade de preços com que o utilizador se depara e a

---

<sup>18</sup>Obviamente, se se suposesse uma estrutura de preços crescentes por blocos,  $RSP < 0$  e, neste caso, seria um "prémio" pago pela companhia de electricidade ao consumidor.



relação biunívoca entre preços e quantidades (isto é, não só a quantidade procurada depende do preço, como também o preço depende da quantidade<sup>19</sup>). O primeiro problema já foi exaustivamente discutido, indo agora abordar-se o segundo.

Tanto a variável PMG como a variável RSP são variáveis *ex post*, no sentido em que se necessita de saber, *a posteriori*, qual a quantidade de electricidade adquirida pelo utilizador, para se determinar o bloco em este se situa - só então será possível calcular PMG e RSP. Este facto origina um problema de determinação simultânea, já que, para saber a quantidade de electricidade tem de se saber o valor de PMG e RSP, mas, para se saber estas, terá de se saber aquela. Para além disso, levantam-se ainda outros problemas relacionados com a presença de PMG e RSP nas variáveis explicativas  $x_t$ , da equação (4), o que causa problemas de correlação com a variável residual que vier a ser introduzida em (4) para efeitos de estimação. Uma discussão mais detalhada destes últimos problemas será realizada no ponto 3.3, onde se discutirá a estimação do modelo, ficando, para agora, a questão da determinação simultânea de preços e quantidades.

Alguns autores [veja-se, por exemplo, Garbacz (1984)] propõem a introdução de mais uma equação no modelo de procura (17), a qual reflectisse a dependência do preço marginal em relação às quantidades. Seja essa relação,

$$PMG = P(q, p_*), \quad (24)$$

---

<sup>19</sup>Convém deixar aqui este assunto de o preço depender da quantidade bem esclarecido. No processo de determinação do preço de um dado bem, no mercado, através dos mecanismos da oferta e da procura, estabelece-se uma relação biunívoca entre preços e quantidades, atingindo-se um preço (e uma quantidade) de equilíbrio no ponto em que a oferta é igual à procura. Ao longo deste processo, estabelece-se uma dependência das quantidades face ao preço e, também, do preço face às quantidades, o que permite um ajustamento simultâneo das duas variáveis, até se atingir o equilíbrio. No entanto, uma vez determinado o preço de equilíbrio do bem, ele vigora para todas as unidades vendidas do bem, isto é, não depende da quantidade que cada consumidor adquire do bem (os que comprem mais do bem pagam-no ao mesmo preço dos que comprem menos). Ora, a imposição de uma estrutura de preços por blocos vem viciar esta regra e conduz a diferentes preços do bem (a que se poderão chamar preços de equilíbrio, no sentido em que são os que vigoram, por imposição, no mercado), consoante a quantidade adquirida pelo consumidor. É neste sentido que se diz que o preço varia com a quantidade (variação esta que é completamente diferente, em termos qualitativos, da que se dá durante o processo de determinação do preço de equilíbrio, segundo os mecanismos da oferta e da procura), o que constitui uma economia de palavras, pois, talvez com mais rigor, dever-se-ia dizer "o preço de equilíbrio fixado (pelo lado da oferta, como parece ser o caso dos preços da electricidade) e vigente no mercado varia com a quantidade consumida".

onde  $P$  é a função contínua que explica a relação entre o preço marginal e as quantidades e  $p_*$  um vector de outras variáveis relevantes para a explicação do preço marginal (entre as quais se encontrarão, eventualmente, os preços dos vários blocos). O problema está em que (24) irá dar uma relação (decrecente, continuando a supor o caso de uma estrutura de preços decrescentes por blocos) contínua entre PMG e  $q$ , quando a verdadeira relação é constante por blocos, ou seja, descontínua "em escada". Retomando o exemplo do consumidor cuja restrição orçamental está representada na Figura 10, tem-se o seguinte gráfico que coloca o preço marginal em função da quantidade de electricidade<sup>20</sup>:

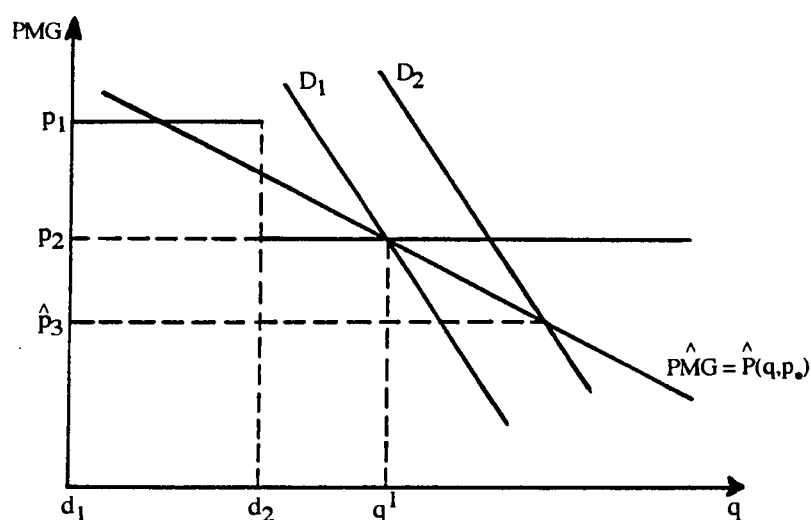


FIGURA 15

Numa situação inicial, quando a curva da procura é  $D_1$ , a quantidade de electricidade consumida é  $q^1$ . Deslocando-se a curva da procura para  $D_2$ , o consumo de electricidade aumentaria e, atendendo à relação (24) (que no gráfico se representa já estimada, daí se justificando o  $\hat{\cdot}$  em  $\hat{PMG}$  e  $\hat{P}$ ), esse aumento tenderia a ser justificado por uma pretensa baixa do preço marginal da electricidade para  $\hat{p}_3$  (o  $\hat{\cdot}$  em  $\hat{p}_3$  justifica-se, porque este preço se

<sup>20</sup>Note-se que o eixo das abcissas da Figura 15 começa em  $d_1$  e não em 0 (zero), porque só a partir de  $d_1$  é que começa a vigorar um preço marginal por cada bloco (até  $d_1$  o que vigora é uma tarifa fixa).

obtem pela intercepção de  $D_2$  com a função estimada do preço marginal), o que, na verdade não se verificou, já que, o verdadeiro preço marginal da electricidade se manteve em  $p_2$ . As verdadeiras razões da variação da procura não passam pelo preço marginal (que se manteve constante), como levaria a crer a relação (24), mas sim, por outros factores explicativos da procura de electricidade.

Abandonando, então, a ideia de introduzir a relação (24) no modelo de procura (17), a melhor solução para este problema (pelos bons resultados que tem permitido obter) parece ser a apontada por Taylor [veja-se Taylor (1975) - pg. 79-80], segundo a qual as variáveis PMG e RSP deveriam ser consideradas *ex ante*, a partir da real estrutura de preços por blocos e não *ex post*. Por outras palavras, a variável PMG seria o preço do último bloco da estrutura de preços por blocos, o que se pode calcular *a priori*, sem necessidade de saber em que bloco se situa o consumidor, e a variável RSP seria calculada até ao penúltimo bloco da estrutura de preços por blocos, o que se pode calcular, também, *a priori*. Recordando que, no início deste ponto do trabalho, se tinha suposto uma estrutura de preços com  $b$  blocos, as variáveis PMG e RSP definir-se-iam da seguinte maneira,

$$PMG = p_b, \quad (25)$$

$$RSP = \sum_{i=1}^{b-1} (p_i - p_b)(d_i - d_{i-1}). \quad (26)$$

Note-se que, quer (25), quer (26), são independentes da quantidade consumida (já não interessa agora o bloco  $h$  em que se situa o consumidor). Aliás, (25) e (26) podem ser encaradas como boas *proxies* para as variáveis PMG e RSP definidas *ex post* e resolvem, inclusive, os problemas de correlação atrás referidos.

### 2.3.4 - A DEDUÇÃO DAS ELASTICIDADES DA PROCURA

Um dos aspectos mais relevantes na modelização da procura de electricidade é a tentativa de obter uma medida da influência das variáveis explicativas (de curto e de longo prazos) na própria procura de electricidade. Essa medida passa pela construção de elasticidades, as quais podem assumir diversas formas, consoante a variável em relação à qual estão a ser calculadas e segundo a extensão temporal que pretendem abarcar. Nesta linha de ideias, podem considerar-se cinco grandes grupos de elasticidades, no âmbito do modelo (17), seguindo-se a sua apresentação sistemática.

Refira-se, previamente, que todas as elasticidades vão ser construídas a partir do modelo (17), o qual é composto pelas equações (4), que dá a procura de curto prazo, e (16), que dá o ajustamento do *stock* de aparelhos eléctricos. Recorde-se, aqui, o modelo (17),

$$\begin{cases} q_t = u(x_{t\bullet})s_t \\ s_t = \phi^{-1} \left[ \lambda \sum_{\tau=0}^{t-1} (1 - \lambda)^\tau \phi[g(y_{t-\tau\bullet})] + (1 - \lambda)^t \phi(s_0) \right], 0 \leq \lambda \leq 1 \end{cases}$$

Em primeiro lugar, considerem-se as elasticidades de curto prazo da procura de electricidade em relação às variáveis de curto prazo  $x_{ti}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Estas elasticidades dizem-se de curto prazo, porque vão procurar apreender o efeito de uma variação de  $x_{ti}$  num dado período, sobre a procura de electricidade nesse mesmo período.

Da relação (4) pode concluir-se pela seguinte cadeia de transmissão de efeitos,

$$\Delta x_{ti} \rightarrow \Delta u(x_{t\bullet}) \rightarrow \Delta q_t^{21},$$

o que se traduz na derivada parcial (a partir de (4)),

<sup>21</sup>Esta cadeia de transmissão de efeitos deve ler-se da seguinte forma: uma variação em  $x_{ti}$  conduz a uma variação na função  $u(x_{t\bullet})$ , a qual, por sua vez, implica uma variação em  $q_t$ .

$$\frac{\partial q_t}{\partial x_{ti}} = s_t \frac{\partial u(x_{t\bullet})}{\partial x_{ti}} . \quad (27)$$

As elasticidades de curto prazo da procura de electricidade em relação às variáveis de curto prazo, que se designarão por  $e(q_t, x_{ti})$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , podem obter-se a partir de (27), fazendo,

$$e(q_t, x_{ti}) = \frac{\partial q_t}{\partial x_{ti}} \frac{x_{ti}}{q_t} = s_t \frac{\partial u(x_{t\bullet})}{\partial x_{ti}} \frac{x_{ti}}{q_t} .$$

Como  $q_t = u(x_{t\bullet})s_t$ , por (4), vem,

$$e(q_t, x_{ti}) = s_t \frac{\partial u(x_{t\bullet})}{\partial x_{ti}} \frac{x_{ti}}{u(x_{t\bullet})s_t} = \frac{\partial u(x_{t\bullet})}{\partial x_{ti}} \frac{x_{ti}}{u(x_{t\bullet})} . \quad (28)$$

Repare-se que (28) mais não é do que  $e[u(x_{t\bullet}), x_{ti}]$ , ou seja, a elasticidade de curto prazo da procura de electricidade em relação a  $x_{ti}$  é dada pela elasticidade da taxa de utilização do *stock*,  $u(x_{t\bullet})$ , em relação a  $x_{ti}$ .

Como é óbvio, (28) é válida para  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Em segundo lugar, considerem-se as elasticidades de curto prazo da procura de electricidade em relação às variáveis de longo prazo  $y_{tj}$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$ . Estas elasticidades dizem-se de curto prazo, porque vão procurar apreender o efeito de uma variação de  $y_{tj}$  num dado período, sobre a procura de electricidade nesse mesmo período. Note-se que, apesar de as variáveis  $y_{tj}$  serem variáveis de longo prazo, o que significa que o impacto de uma sua variação se estende por vários períodos (como se analisou no ponto 2.3.2 do trabalho), isso não impede que se considere apenas o efeito de curto prazo, ou seja, a parte do efeito total que se faz sentir logo no próprio período.

Do modelo (17) pode concluir-se pela seguinte cadeia de transmissão de efeitos,

$$\Delta y_{tj} \rightarrow \Delta g(y_{t\bullet}) \rightarrow \Delta \phi[g(y_{t\bullet})] \rightarrow \Delta \phi(s_t) \rightarrow \Delta s_t \rightarrow \Delta q_t,$$

o que se traduz na derivada parcial (a partir de (17)),

$$\frac{\partial q_t}{\partial y_{tj}} = u(x_{t\bullet}) \frac{ds_t}{d\phi(s_t)} \frac{\partial \phi(s_t)}{\partial \phi[g(y_{t\bullet})]} \frac{\partial \phi[g(y_{t\bullet})]}{\partial g(y_{t\bullet})} \frac{\partial g(y_{t\bullet})}{\partial y_{tj}} .$$

No cálculo desta derivada parcial tenham-se em atenção os seguintes aspectos:

$$- \phi(s_t) = \lambda \sum_{\tau=0}^{t-1} (1 - \lambda)^\tau \phi[g(y_{t-\tau\bullet})] + (1 - \lambda)^t \phi(s_0), \text{ o que se obtém facilmente, a partir}$$

de (16), aplicando a função  $\phi$  a ambos os membros;

$$- \text{a derivada } \frac{ds_t}{d\phi(s_t)} \text{ escreve-se com os "d" diretos e não curvos, porque é uma}$$

derivada e não uma derivada parcial;

$$- \frac{\partial \phi(s_t)}{\partial \phi[g(y_{t\bullet})]} = \lambda, \text{ o que se pode concluir porque } \phi(s_t) = \lambda \sum_{\tau=0}^{t-1} (1 - \lambda)^\tau \phi[g(y_{t-\tau\bullet})] +$$

$(1 - \lambda)^t \phi(s_0)$ , como se viu acima, e  $\phi[g(y_{t\bullet})]$  obtém-se fazendo  $\tau = 0$ , donde resulta  $(1 - \lambda)^\tau = (1 - \lambda)^0 = 1$ .

Nestas condições, a derivada parcial  $\frac{\partial q_t}{\partial y_{tj}}$  fica,

$$\frac{\partial q_t}{\partial y_{tj}} = \lambda u(x_{t\bullet}) \frac{ds_t}{d\phi(s_t)} \frac{\partial \phi[g(y_{t\bullet})]}{\partial g(y_{t\bullet})} \frac{\partial g(y_{t\bullet})}{\partial y_{tj}} . \quad (29)$$

As elasticidades de curto prazo da procura de electricidade em relação às variáveis de longo prazo, que se designarão por  $e(q_t, y_{tj})$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$ , podem obter-se a partir de (29), fazendo,

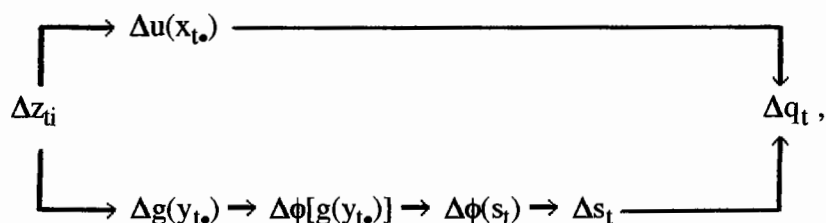
$$e(q_t, y_{tj}) = \frac{\partial q_t}{\partial y_{tj}} \frac{y_{tj}}{q_t} = \lambda u(x_{t\bullet}) \frac{ds_t}{d\phi(s_t)} \frac{\partial \phi[g(y_{t\bullet})]}{\partial g(y_{t\bullet})} \frac{\partial g(y_{t\bullet})}{\partial y_{tj}} \frac{y_{tj}}{q_t} .$$

Como  $q_t = u(x_{t\bullet}) s_t$ , por (4), vem,

$$\begin{aligned} e(q_t, y_{tj}) &= \lambda u(x_{t\bullet}) \frac{ds_t}{d\phi(s_t)} \frac{\partial \phi[g(y_{t\bullet})]}{\partial g(y_{t\bullet})} \frac{\partial g(y_{t\bullet})}{\partial y_{tj}} \frac{y_{tj}}{u(x_{t\bullet}) s_t} = \\ &= \lambda \frac{ds_t}{d\phi(s_t)} \frac{\partial \phi[g(y_{t\bullet})]}{\partial g(y_{t\bullet})} \frac{\partial g(y_{t\bullet})}{\partial y_{tj}} \frac{y_{tj}}{s_t} , \end{aligned} \quad (30)$$

resultado este válido para  $j = 1, 2, \dots, m$ .

Em terceiro lugar, considerem-se as elasticidades totais de curto prazo da procura de electricidade em relação a uma variável  $z_{ti}$  que seja, simultaneamente, uma variável de curto e de longo prazos ( $z_{ti}$  é uma variável que está presente, quer em  $x_{t\bullet}$ , para explicar a taxa de utilização, quer em  $y_{t\bullet}$ , para explicar o *stock* de aparelhos eléctricos). Estas elasticidades dizem-se totais, porque "apanham" o efeito de uma variação de  $z_{ti}$ , quer na taxa de utilização (porque  $z_{ti}$  é uma variável que está presente em  $x_{t\bullet}$ ), quer no *stock* de aparelhos eléctricos (porque  $z_{ti}$  é uma variável que está presente em  $y_{t\bullet}$ ), e de curto prazo, porque vão procurar apreender o efeito de uma variação de  $z_{ti}$  num dado período, sobre a procura de electricidade nesse mesmo período. Do modelo (17) pode concluir-se pela seguinte cadeia de efeitos,



o que se traduz na derivada parcial (a partir de (17)),

$$\frac{\partial q_t}{\partial z_{ti}} = s_t \frac{\partial u(x_{t\bullet})}{\partial z_{ti}} + u(x_{t\bullet}) \frac{ds_t}{d\phi(s_t)} \frac{\partial \phi(s_t)}{\partial \phi[g(y_{t\bullet})]} \frac{\partial \phi[g(y_{t\bullet})]}{\partial g(y_{t\bullet})} \frac{\partial g(y_{t\bullet})}{\partial z_{ti}}.$$

Tendo em atenção os aspectos evidenciados na dedução das elasticidades de curto prazo da procura de electricidade em relação às variáveis de longo prazo, a derivada parcial  $\frac{\partial q_t}{\partial z_{ti}}$  fica,

$$\frac{\partial q_t}{\partial z_{ti}} = s_t \frac{\partial u(x_{t\bullet})}{\partial z_{ti}} + \lambda u(x_{t\bullet}) \frac{ds_t}{d\phi(s_t)} \frac{\partial \phi[g(y_{t\bullet})]}{\partial g(y_{t\bullet})} \frac{\partial g(y_{t\bullet})}{\partial z_{ti}}. \quad (31)$$

As elasticidades totais de curto prazo da procura de electricidade em relação a uma variável  $z_{ti}$  que seja, simultaneamente, de curto e de longo prazos, que se designarão por  $e_T(q_t, z_{ti})$ , podem obter-se a partir de (31), fazendo,

$$e_T(q_t, z_{ti}) = \frac{\partial q_t}{\partial z_{ti}} \frac{z_{ti}}{q_t} = \left[ s_t \frac{\partial u(x_{t*})}{\partial z_{ti}} + \lambda u(x_{t*}) \frac{ds_t}{d\phi(s_t)} \frac{\partial \phi[g(y_{t*})]}{\partial g(y_{t*})} \frac{\partial g(y_{t*})}{\partial z_{ti}} \right] \frac{z_{ti}}{q_t} =$$

$$= s_t \frac{\partial u(x_{t*})}{\partial z_{ti}} \frac{z_{ti}}{q_t} + \lambda u(x_{t*}) \frac{ds_t}{d\phi(s_t)} \frac{\partial \phi[g(y_{t*})]}{\partial g(y_{t*})} \frac{\partial g(y_{t*})}{\partial z_{ti}} \frac{z_{ti}}{q_t}.$$

Como  $q_t = u(x_{t*})s_t$ , por (4), vem,

$$e_T(q_t, z_{ti}) = s_t \frac{\partial u(x_{t*})}{\partial z_{ti}} \frac{z_{ti}}{u(x_{t*})s_t} + \lambda u(x_{t*}) \frac{ds_t}{d\phi(s_t)} \frac{\partial \phi[g(y_{t*})]}{\partial g(y_{t*})} \frac{\partial g(y_{t*})}{\partial z_{ti}} \frac{z_{ti}}{u(x_{t*})s_t} =$$

$$= \frac{\partial u(x_{t*})}{\partial z_{ti}} \frac{z_{ti}}{u(x_{t*})} + \lambda \frac{ds_t}{d\phi(s_t)} \frac{\partial \phi[g(y_{t*})]}{\partial g(y_{t*})} \frac{\partial g(y_{t*})}{\partial z_{ti}} \frac{z_{ti}}{s_t}. \quad (32)$$

Repare-se que (32) mais não é do que a soma da elasticidade de curto prazo da procura de electricidade em relação a  $z_{ti}$ , entendendo esta como variável de curto prazo (a primeira parcela de (32)), com a elasticidade de curto prazo da procura de electricidade em relação a  $z_{ti}$ , entendendo esta como variável de longo prazo (a segunda parcela de (32)).

Após se terem calculado as elasticidades de curto prazo, vão agora deduzir-se as elasticidades de longo prazo. Para tal, suponha-se, como é hábito, que se atinge (no longo prazo) um estado estacionário, onde:

- As variáveis explicativas (de curto e de longo prazos) assumem os mesmos valores em todos os períodos, isto é,  $x_{t*} = x_*$  e  $y_{t*} = y_*$ . Note-se que, de  $y_{t*} = y_*$ , sai, através de (6), que  $s_t^* = g(y_{t*}) = g(y_*) = s^*$ , ou seja, o *stock* desejado de aparelhos eléctricos é constante no tempo.
- O *stock* efectivamente detido de aparelhos eléctricos permanece constante no tempo e iguala o *stock* desejado, isto é,  $s_t = s = s^* = g(y_*)$ . Este facto implica que o mecanismo de ajustamento parcial generalizado (13) deixe de fazer sentido, já que, o *stock* efectivamente detido iguala o *stock* desejado em todos os períodos. Repare-se que, se  $x_{t*} = x_*$  e  $s_t = g(y_*)$ , então vem, de (4), que  $q_t = u(x_{t*})s_t =$



$= u(x_*)g(y_*) = q$ , ou seja, a procura de electricidade permanece, também ela, constante no tempo.

O modelo de procura em estado estacionário resume-se, então, à equação,

$$q = u(x_*)g(y_*), \quad (33)$$

a qual vai servir para calcular as elasticidades da procura de longo prazo.

Em primeiro lugar, considerem-se as elasticidades de longo prazo da procura de electricidade em relação às variáveis de longo prazo  $y_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$ . Estas elasticidades dizem-se de longo prazo, porque vão procurar apreender o efeito de uma variação de  $y_j$  num dado período, ao longo dos períodos seguintes (até se esgotar todo o efeito).

Da função de procura estacionária (33) pode concluir-se pela seguinte cadeia de transmissão de efeitos,

$$\Delta y_j \rightarrow \Delta g(y_*) \rightarrow \Delta q,$$

o que se traduz na derivada parcial (a partir de (33)),

$$\frac{\partial q}{\partial y_j} = u(x_*) \frac{\partial g(y_*)}{\partial y_j}. \quad (34)$$

As elasticidades de longo prazo da procura de electricidade em relação às variáveis de longo prazo, que se designarão por  $e_L(q, y_j)$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$ , podem obter-se a partir de (34), fazendo,

$$e_L(q, y_j) = \frac{\partial q}{\partial y_j} \frac{y_j}{q} = u(x_*) \frac{\partial g(y_*)}{\partial y_j} \frac{y_j}{q}.$$

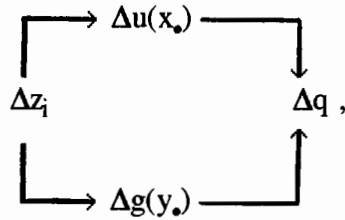
Como  $q = u(x_*)g(y_*)$ , por (33), vem,

$$e_L(q, y_j) = u(x_*) \frac{\partial g(y_*)}{\partial y_j} \frac{y_j}{u(x_*)g(y_*)} = \frac{\partial g(y_*)}{\partial y_j} \frac{y_j}{g(y_*)}, \quad (35)$$

resultado este válido para  $j = 1, 2, \dots, m$ .

Em segundo lugar, considerem-se as elasticidades totais de longo prazo da procura de electricidade em relação a uma variável  $z_i$  que seja, simultaneamente, uma variável de curto e de longo prazos.

Da função de procura estacionária (33) pode concluir-se pela seguinte cadeia de transmissão de efeitos,



o que se traduz na derivada parcial (a partir de (33)),

$$\frac{\partial q}{\partial z_i} = g(y_*) \frac{\partial u(x_*)}{\partial z_i} + u(x_*) \frac{\partial g(y_*)}{\partial z_i} . \quad (36)$$

As elasticidades totais de longo prazo da procura de electricidade em relação a uma variável  $z_i$  que seja, simultaneamente, uma variável de curto e de longo prazos, que se designarão por  $e_{TL}(q, z_i)$ , podem obter-se a partir de (36), fazendo,

$$\begin{aligned} e_{TL}(q, z_i) &= \frac{\partial q}{\partial z_i} \frac{z_i}{q} = \left[ g(y_*) \frac{\partial u(x_*)}{\partial z_i} + u(x_*) \frac{\partial g(y_*)}{\partial z_i} \right] \frac{z_i}{q} = \\ &= g(y_*) \frac{\partial u(x_*)}{\partial z_i} \frac{z_i}{q} + u(x_*) \frac{\partial g(y_*)}{\partial z_i} \frac{z_i}{q} . \end{aligned}$$

Como  $q = u(x_*)g(y_*)$ , por (33), vem,

$$\begin{aligned} e_{TL}(q, z_i) &= g(y_*) \frac{\partial u(x_*)}{\partial z_i} \frac{z_i}{u(x_*)g(y_*)} + u(x_*) \frac{\partial g(y_*)}{\partial z_i} \frac{z_i}{u(x_*)g(y_*)} = \\ &= \frac{\partial u(x_*)}{\partial z_i} \frac{z_i}{u(x_*)} + \frac{\partial g(y_*)}{\partial z_i} \frac{z_i}{g(y_*)} . \end{aligned} \quad (37)$$

Repare-se que (37) mais não é do que a soma da elasticidade de curto prazo da procura de electricidade em relação a  $z_i$ , entendendo esta como variável de curto prazo<sup>22</sup> (a primeira parcela de (37)), com a elasticidade de longo prazo da procura de electricidade em relação a  $z_i$ , entendendo esta como variável de longo prazo (a segunda parcela de (37)).

### 2.3.5 - AS UNIDADES OBSERVACIONAIS DO MODELO E SUAS IMPLICAÇÕES

As variáveis intervenientes no modelo de procura de electricidade (17), isto é, as variáveis de curto prazo  $x_{t\bullet}$ , as variáveis de longo prazo  $y_{t\bullet}$ , o *stock* de equipamentos eléctricos  $s_t$  e a quantidade consumida de electricidade  $q_t$ , devem estar referidas e medidas em ordem a uma determinada entidade, localizada num dado espaço geográfico e considerada num certo período de tempo: por exemplo, podem referir-se a uma dada família, residente no distrito de Lisboa, abarcando o período de um mês, ou então, podem dizer respeito a Portugal, considerando o período de um ano. A estes conjuntos de vectores, em relação aos quais são medidas as variáveis, dá-se o nome de unidades observacionais. Uma unidade observacional é, assim, uma unidade bem definida por três critérios - sectoriais (a entidade ou sector em

---

<sup>22</sup>A elasticidade das variáveis de curto prazo é sempre uma elasticidade de curto prazo, mesmo que seja calculada no longo prazo. Pela própria definição da variáveis de curto prazo, as implicações de uma variação destas esgotam-se no próprio período em que se dá a variação, logo são sempre efeitos de curto prazo, mesmo que sejam calculados numa situação estacionária de longo prazo. Não faz, assim, sentido falar em elasticidades de longo prazo para as variáveis de curto prazo, já que, elas (as elasticidades) são sempre, repete-se, de curto prazo, o que se pode comprovar através da igualdade entre (28) - elasticidade de curto prazo da variável de curto prazo  $x_{ti}$ ,  $\frac{\partial u(x_{t\bullet})}{\partial x_{ti}} \frac{x_{ti}}{u(x_{t\bullet})}$  - e a primeira parcela de (37) - elasticidade de curto prazo da variável de curto prazo

$z_i$ , calculada num estado estacionário de longo prazo,  $\frac{\partial u(x_{\bullet})}{\partial z_i} \frac{z_i}{u(x_{\bullet})}$  (as duas expressões são idênticas, bastando fazer  $x_{ti} = z_i$  e  $x_{t\bullet} = x_{\bullet}$ , isto é, considerar a mesma variável nas duas expressões e omitir o índice do tempo na primeira).

relação ao qual se medem as variáveis), espaciais (a localização física da entidade em relação à qual se medem as variáveis) e temporais (o período de tempo que se considera para medição das variáveis, não só em termos da sua extensão, mas também, da sua localização) - que vai servir de base para a observação (medição) das variáveis.

Como já se referiu, no ponto 2.2 do trabalho, a unidade observacional considerada na modelização da procura de electricidade tem grande relevância para a concretização do modelo (17) e para a interpretação dos resultados, o que se justifica porque existem variáveis climáticas que exercem grande influência sobre o consumo de electricidade (sobretudo para aquecimento), variáveis essas que variam com o espaço (localização) e com o tempo.

Vão passar-se em revista os três critérios que definem a unidade observacional, começando pelo aspecto sectorial.

Não é indiferente quem (qual o sector que) consome a electricidade, porque, por um lado, as razões explicativas desse consumo podem diferir segundo a entidade considerada (por exemplo, uma família consumirá electricidade para satisfazer determinadas necessidades, enquanto que uma empresa industrial a consumirá para satisfazer outro tipo de necessidades completamente diferentes), o que leva à inclusão de diferentes variáveis explicativas no modelo (17), e, por outro lado, o conteúdo de algumas variáveis pode ser substancialmente alterado em função da entidade considerada (como é o caso do *stock* de aparelhos eléctricos, o qual deve ser pouco coincidente, caso se considere, por exemplo, uma família ou uma empresa industrial).

Nesta linha de ideias, podem distinguir-se quatro sectores consumidores de electricidade, cada um com as suas motivações específicas: as famílias, a indústria, os serviços e os transportes (não se autonomiza o sector agrícola, já que, o consumo de electricidade especificamente para fins da actividade agrícola é residual).

As famílias consomem a electricidade para satisfazerem determinadas necessidades "familiares ou domésticas": iluminação, aquecimento ambiente, confecção de refeições, refrigeração de alimentos, visionamento e/ou audição de programas, etc. Para satisfazer estas necessidades, as famílias adquirem um determinado *stock* de aparelhos eléctricos, composto por diversos electrodomésticos (aquecedores, fogões eléctricos, aspiradores, máquinas de lavar loiça e roupa, frigoríficos, etc.).

As empresas industriais consomem a electricidade para fins completamente diferentes dos das famílias: a necessidade a satisfazer é a produção de um determinado bem, em cujo processo de produção participam máquinas consumidoras de electricidade. O *stock* de aparelhos eléctricos é constituído por estas máquinas (e, eventualmente, por instalações de iluminação e controlo da temperatura ambiente), tendo uma composição bem diferente da do *stock* acima referido para as famílias.

As organizações que prestam serviços consomem electricidade quase exclusivamente para efeitos de iluminação, funcionamento de algumas máquinas de apoio administrativo (computadores, por exemplo) e controlo da temperatura ambiente, o que torna a composição do seu *stock* de aparelhos eléctricos estruturalmente diferente da analisada para as famílias e a indústria.

No caso dos transportes, as diferenças ainda são mais notórias, pois aqui o *stock* é constituído pelos próprios meios de transporte que consomem a electricidade (os comboios movidos a electricidade ou os eléctricos, por exemplo).

Dada a diversidade de motivações e de aparelhos através dos quais consomem electricidade, o mais adequado é considerar o modelo (17) para cada um dos sectores referidos e não para todos eles em conjunto. No entanto, dada a habitual escassez de dados, quando não for possível estimar o modelo para cada um dos sectores separadamente e se se tiver de o fazer para o conjunto dos sectores (ou de alguns sectores), deve ter-se em atenção que o modelo

assim considerado reúne, como se fossem uma só, um conjunto de realidades que estão longe de ser homogêneas (como se pode observar, em relação ao *stock* de aparelhos eléctricos, acima referenciado). Daqui resulta que a interpretação dos resultados deve ser feita com extremo cuidado, nomeadamente os resultados sobre o ajustamento do *stock*, já que, neste se "misturam" as influências de frigoríficos, máquinas industriais e combóios...

Analise-se agora, a vertente espacial que contribui para a definição da unidade observacional.

As razões que explicam o consumo de electricidade podem diferir sensivelmente consoante a zona (espaço) geográfica considerada, o que se justifica devido ao diferente perfil climático de cada região. A variável climática que mais parece influenciar o consumo de electricidade é a temperatura ambiente: em regiões com maior intensidade de frio, o consumo de electricidade tende a ser maior, devido ao uso de aparelhos de aquecimento eléctricos (também as regiões muito quentes observam uma tendência para um maior consumo de electricidade, em relação às regiões mais temperadas, devido ao maior funcionamento de aparelhos de ar condicionado e ventoinhas para refrescar o ambiente; no entanto, a maior difusão e o maior consumo dos aparelhos eléctricos de aquecimento faz com que a quantidade de electricidade gasta seja muito mais sensível ao frio do que ao calor). Também a pluviosidade pode incrementar o consumo de electricidade, em regiões onde aquela seja mais intensa e obrigue a uma maior utilização de secadores de roupa (embora este efeito não seja muito significativo, dada a pouca difusão deste tipo de aparelho eléctrico).

Para além de interferirem directamente na quantidade consumida de electricidade, as variáveis climáticas (em especial, a intensidade de frio) também influenciam a composição do *stock* de aparelhos eléctricos: em regiões onde a temperatura raramente desce abaixo de um nível confortável, o peso dos aparelhos eléctricos de aquecimento no total do *stock* tende a ser menor do que em regiões frias (não tanto em termos de unidades físicas, mas mais medindo o *stock* em termos de potência).

Nestas condições, a situação ideal seria a de estimar o modelo (17) com dados referentes a uma região relativamente homogénea do ponto de vista climático, o que se sabe ser difícil, dada a habitual escassez de dados regionais, em especial para algumas variáveis macroeconómicas que entram na explicação da procura de electricidade. Caso a unidade de observação, em termos espaciais, seja um país ou uma região não homogéneos climaticamente (nomeadamente quanto à temperatura ambiente), então a interpretação dos resultados deve ser efectuada, uma vez mais, com extremo cuidado, já que, através de (17), se está a impôr uma taxa de utilização do *stock* constante para todo o universo em estudo, o que se sabe estar longe da verdade - os resultados reflectem uma "região média" que pode não coincidir com nenhuma das particulares regiões que fazem parte do universo espacial considerado.

Finalmente, refira-se a questão temporal na definição da unidade observacional.

Tal como no caso espacial, também aqui se trata de um problema de localização, só que agora, de localização no tempo. Há estações do ano mais quentes (o Verão e a Primavera) e outras mais frias (o Inverno e o Outono) - isto sem prejuízo de considerar outras unidades de tempo, como o ano, o mês, o dia, ou, até, a hora, em relação às quais também se conseguem distinguir períodos de tempo mais quentes ou mais frios. Mais uma vez estão aqui presentes as influências do clima no consumo de electricidade, já atrás referidas.

Os efeitos do período de tempo considerado sobre o consumo de electricidade não se fazem sentir apenas de uma forma directa, mas também, de forma indirecta, sobre a composição do *stock*: por exemplo, não é indiferente considerar, para unidade de tempo, o Verão ou o Inverno, já que, o *stock* de aparelhos eléctricos relevante (em efectiva utilização) apresenta diferenças de uma estação para outra (a título de exemplo, um calorífero é utilizado no Inverno e não no Verão, acontecendo o inverso com uma ventoinha).

Assim sendo, a melhor solução seria a de considerar um período de tempo com características climáticas relativamente homogêneas. Por exemplo, em vez de se estimar o modelo (17) com dados anuais, seria melhor estimar dois modelos, um com dados para os meses "quentes", outro com dados para os meses "frios". No entanto, na passagem da teoria para a prática, surge uma vez mais o problema da obtenção de dados, neste caso de dados infraanuais. Quando não se consiga obtê-los, e o período de referência tenha de ser o ano, deve ter-se em atenção que os resultados não se referem a um período de tempo homogêneo, mas antes, que aglutinam as influências de estações com uma tipicidade de consumo de energia eléctrica muito diferente entre elas.

Como se vê, não é de forma alguma indiferente a escolha da unidade observacional na modelização da procura de electricidade - unidades observacionais diferentes conduzem, quase que se poderá dizer, a modelos diferentes, na perspectiva dos comportamentos da procura e da composição do *stock* através do qual essa procura é exercida. A situação ideal (atingida só em casos excepcionais) será a de considerar uma unidade observacional circunscrita e homogênea, nas suas vertentes sectorial, espacial e temporal, o que contribuiria para uma maior aderência dos resultados a uma realidade concreta. Quanto maior for o afastamento em relação a essa homogeneidade, ou seja, quanto maior for a agregação dos dados, mais os resultados reflectirão uma "média teórica" (como se referiu no ponto 2.2 do trabalho) do agregado considerado.

A influência das variáveis climáticas nas motivações do consumo de electricidade e na composição do *stock* de aparelhos eléctricos e a variação dessas mesmas variáveis no espaço e no tempo, obrigam a uma maior reflexão na escolha das unidades observacionais, em busca (sempre que se possa) da maior homogeneidade possível, e justificam o relevo que se deu a este aspecto, tratando-o, autonomamente, neste ponto do trabalho.



## 2.4 - A CONCRETIZAÇÃO DO MODELO TEÓRICO

### 2.4.1 - ESPECIFICAÇÃO DAS FORMAS FUNCIONAIS

O modelo de procura de electricidade apresentado em (17), e que aqui se repete,

$$\begin{cases} q_t = u(x_{t\bullet})s_t \\ s_t = \phi^{-1} \left[ \lambda \sum_{\tau=0}^{t-1} (1 - \lambda)^\tau \phi[g(y_{t-\tau\bullet})] + (1 - \lambda)^t \phi(s_0) \right], 0 \leq \lambda \leq 1 \end{cases},$$

incorpora três formas funcionais:

- a função  $u$ , que representa a taxa de utilização do *stock* de aparelhos eléctricos, dando forma à relação entre a procura de electricidade e as variáveis de curto prazo (veja-se (2), (3) e (4));
- a função  $g$ , que dá forma à relação entre o *stock* desejado e as variáveis de longo prazo (veja-se (6));
- a função  $\phi$ , que intervém no processo de ajustamento do *stock* (veja-se (13)).

Várias têm sido as soluções apontadas para a especificação destas formas funcionais e, de entre todas, a que mais parece ter vingado é a que transforma o modelo (17) num modelo linear nos logaritmos das variáveis envolvidas (à preferência por esta solução não é estranha a grande facilidade com que se deduzem as elasticidades da procura, a partir de tal modelo).

Para obter o modelo linear nos logaritmos das variáveis, terão que se efectuar as seguintes especificações para as formas funcionais,

$$u(x_{t\bullet}) = \alpha_0 \prod_{i=1}^n x_{ti}^{\alpha_i}, \quad (38)$$

$$g(y_{t\bullet}) = \beta_0 \prod_{j=1}^m y_{tj}^{\beta_j}, \quad (39)$$

$$\phi(s_t) = \ln s_t, \quad (40)$$

onde os  $\alpha_i$ ,  $i = 0, 1, \dots, n$ , e os  $\beta_j$ ,  $j = 0, 1, \dots, m$ , são parâmetros fixos.

Substituindo (38) em (4) e (39) e (40) em (16), obtem-se o seguinte modelo<sup>23</sup>,

$$\begin{cases} \ln q_t = \ln \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln x_{ti} + \ln s_t \\ \ln s_t = \ln \beta_0 + \ln \frac{s_0}{\beta_0} (1 - \lambda)^t + \lambda \sum_{j=1}^m \beta_j \ln y_{tj}(\lambda) \end{cases} \quad (41)$$

Como se pode ver, o modelo (41) é linear nos logaritmos das variáveis, obtendo-se facilmente as elasticidades da procura que mais não são do que os coeficientes dos logaritmos das variáveis. No entanto, esta facilidade de dedução e interpretação tem o reverso da medalha na imposição (implícita) de um conjunto de restrições *a priori* sobre os parâmetros do modelo, de onde se destaca o facto de as elasticidades serem constantes, isto é, independentes do nível das variáveis envolvidas (como se verá no ponto 2.4.3). Nesta linha de ideias, pensa-se que é preferível abandonar a comodidade deste modelo e optar por um modelo mais "difícil", mas sem restrições *a priori* tão significativas, o que se consegue especificando para as funções  $u$  e  $g$  formas funcionais flexíveis que garantam a não imposição de restrições *a priori* [para uma discussão detalhada e rigorosa do que é uma

<sup>23</sup>Vejam-se as deduções rigorosas que permitem obter (41) e o significado preciso da variável  $\ln y_{tj}(\lambda)$  no primeiro ponto do Anexo 3.

forma funcional flexível e das suas vantagens, veja-se Mendes (1993) - pg. 79-80]. De entre as formas funcionais flexíveis, a mais adequada, pelos bons resultados empíricos obtidos, parece ser a translog [veja-se Mendes (1993) - pg. 81-82], pelo que, se vai especificar a translog, quer para a função  $u$ , quer para a função  $g$ ,

$$\ln u(x_{t\bullet}) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln x_{ti} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \alpha_{ik} \ln x_{ti} \ln x_{tk}, \quad (42)$$

$$\ln g(y_{t\bullet}) = \beta_0 + \sum_{j=1}^m \beta_j \ln y_{tj} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \sum_{p=1}^m \beta_{jp} \ln y_{tj} \ln y_{tp}, \quad (43)$$

onde, os  $\alpha_i$ ,  $i = 0, 1, \dots, n$ , os  $\alpha_{ik}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ , os  $\beta_j$ ,  $j = 0, 1, \dots, m$ , e os  $\beta_{jp}$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$ ,  $p = 1, 2, \dots, m$ , são parâmetros fixos.

A função  $\phi$  mantém-se especificada tal como em (40) porque, por um lado, com (42) e (43) a flexibilidade do modelo já fica assegurada, e, por outro lado, a especificação logarítmica de  $\phi$  explica bem (teoricamente) o processo de ajustamento do *stock*, tal como foi evidenciado em 2.3.2.

Substituindo (42) em (4) e (40) e (43) em (16), obtem-se o seguinte modelo<sup>24</sup>,

$$\begin{cases} \ln q_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln x_{ti} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \alpha_{ik} \ln x_{ti} \ln x_{tk} + \ln s_t \\ \ln s_t = \beta_0 + (\ln s_0 - \beta_0)(1 - \lambda)^t + \lambda \sum_{j=1}^m \beta_j \ln y_{tj}(\lambda) + \frac{\lambda}{2} \sum_{j=1}^m \sum_{p=1}^m \beta_{jp} \ln y_{tj} \ln y_{tp}(\lambda) \end{cases} \quad (44)$$

O modelo (44) não é linear nos logaritmos das variáveis e tem mais parâmetros do que o modelo (41), não sendo de tão fácil interpretação como este, mas isto não é mais do que o "preço" que se paga por se ter um modelo flexível, ou seja, sem impôr restrições *a priori*

<sup>24</sup>Vejam-se as deduções rigorosas que permitem obter (44) e o significado preciso das variáveis  $\ln y_{tj}(\lambda)$  e  $\ln y_{tp} \ln y_{tp}(\lambda)$  no segundo ponto do Anexo 3.

sobre os seus parâmetros (repare-se que, em (44), as elasticidades da procura já não são constantes, o que será analisado em pormenor no ponto 2.4.3).

Por último, atente-se que o modelo (44) é, não só flexível, como também, dinâmico (por incorporar o ajustamento do *stock*), o que constitui uma novidade em relação à literatura sobre o assunto que tem preferido "complicar" o modelo num só aspecto: ou o considera flexível, mas mantém-no estacionário (pressupondo um ajustamento instantâneo do *stock*), ou então, considera-o dinâmico, mas não flexível (usando formas funcionais lineares ou log-lineares) - em (44) incorporam-se, simultaneamente, as duas vertentes, donde se espera uma maior aderência à realidade.

#### 2.4.2 - ESPECIFICAÇÃO DAS VARIÁVEIS

O modelo de procura de electricidade (17) engloba as variáveis de curto prazo  $x_{t\bullet}$  e as variáveis de longo prazo  $y_{t\bullet}$ . É objectivo deste ponto do trabalho enunciar algumas das variáveis que, com maior frequência na literatura sobre o assunto, são escolhidas para fazerem parte de  $x_{t\bullet}$  ou  $y_{t\bullet}$ . A apresentação das variáveis vai fazer-se genericamente e sem grandes preocupações de exaustão ou rigor, uma vez que as questões relacionadas com a medição e a definição exacta das variáveis vão ser deixadas para o Capítulo 3, onde se discutirá a selecção e a definição rigorosa das variáveis utilizadas no estudo empírico.

As variáveis de curto prazo são as que explicam a taxa de utilização do *stock* de aparelhos eléctricos,  $u(x_{t\bullet})$ , e entre elas é usual figurarem:

- o preço da electricidade, o qual se representa através das variáveis PMG e RSP (veja-se a discussão sobre qual o preço relevante da electricidade, no ponto 2.3.3);
- os preços das energias alternativas à electricidade, embora tenha de se ter em atenção que a substituíbilidade entre a electricidade e outras formas de energia é limitada, uma vez que há necessidades cativas da electricidade, ou seja, que só aparelhos eléctricos conseguem satisfazer (é o caso das necessidades satisfeitas pelos electrodomésticos, por exemplo);
- um indicador do nível de temperatura, tendo em atenção que muitos aparelhos ou instalações de aquecimento são alimentados por energia eléctrica (a importância do consumo de electricidade para aquecimento foi já evidenciada no ponto 2.3.5);
- um indicador do rendimento disponível das famílias, se se tratar da procura de electricidade das famílias;
- um indicador da conjuntura económica, se se tratar da procura de electricidade pela indústria ou pelos serviços.

As variáveis de longo prazo são as que explicam o *stock* de aparelhos eléctricos,  $s_t$ , sendo usual considerarem-se:

- o preço da electricidade (representado pelas variáveis PMG e RSP, como foi acima referido), o qual interfere na decisão de adquirir um determinado aparelho eléctrico, pois representa o seu custo de funcionamento;
- o preço dos próprios aparelhos eléctricos;
- os preços das energias alternativas à electricidade, já que, elas podem condicionar o tipo de aparelho a adquirir para satisfazer uma dada necessidade (embora tenha de

se ter em atenção que há necessidades só satisfeitas por aparelhos eléctricos, o que limita o efeito substituição, como foi acima referido);

- um indicador do rendimento disponível ou da riqueza das famílias, se se tratar da procura de electricidade das famílias;
- um indicador do nível de actividade da indústria ou dos serviços, se se tratar da procura de electricidade pela indústria ou pelos serviços.

Estas são as variáveis mais escolhidas para explicarem a procura de electricidade, mas muitas outras se podem encontrar como, por exemplo, no caso da procura de electricidade pelas famílias, o número de famílias, a dimensão da residência (quantas mais divisões tiver uma casa, maior é o consumo de electricidade), o número de pessoas por família, o grau de urbanização (a organização das sociedades nos centros urbanos "cria" mais necessidades susceptíveis de serem satisfeitas por aparelhos eléctricos). No entanto, estas variáveis já não são tão genéricas como as acima apresentadas, dependendo da unidade observacional escolhida e do estudo empírico em causa.

Uma nota final, para referir que existem variáveis presentes, simultaneamente, entre as variáveis de curto prazo e entre as variáveis de longo prazo, o que levará à consideração dos efeitos (elasticidades) totais dessas mesmas variáveis (o que já se analisou no ponto 2.3.4, onde se deduziram teoricamente as elasticidades da procura).

### 2.4.3 - AS ELASTICIDADES DA PROCURA

No ponto 2.4.1 do trabalho apresentaram-se duas especificações do modelo de procura de electricidade: uma supondo formas funcionais lineares nos logaritmos das variáveis, logo não flexíveis (modelo (41)), outra admitindo que as formas funcionais são translog, logo flexíveis (modelo (44)). Vão agora concretizar-se as elasticidades da procura, deduzidas teoricamente no ponto 2.3.4, para estes dois modelos.

Em primeiro lugar, veja-se o caso do modelo (41), o qual se obteve com as formas funcionais (38), (39) e (40). Têm-se as seguintes elasticidades:

- Elasticidades de curto prazo da procura de electricidade em relação às variáveis de curto prazo  $x_{tr}$ ,  $r = 1, 2, \dots, n$ . A expressão geral destas elasticidades encontra-se em (28),

$$e(q_t, x_{tr}) = \frac{\partial u(x_{t\bullet})}{\partial x_{tr}} \frac{x_{tr}}{u(x_{t\bullet})}.$$

Como, em (41),  $u(x_{t\bullet})$  é dada por (38), vem,

$$\frac{\partial u(x_{t\bullet})}{\partial x_{tr}} = \alpha_0 \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq r}}^n x_{ti}^{\alpha_i} \alpha_r x_{tr}^{\alpha_r - 1}.$$

Substituindo em (28), fica,

$$\begin{aligned} e(q_t, x_{tr}) &= \alpha_0 \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq r}}^n x_{ti}^{\alpha_i} \alpha_r x_{tr}^{\alpha_r - 1} \frac{x_{tr}}{u(x_{t\bullet})} = \alpha_r \alpha_0 \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq r}}^n x_{ti}^{\alpha_i} x_{tr}^{\alpha_r} \frac{1}{u(x_{t\bullet})} = \\ &= \alpha_r \alpha_0 \prod_{i=1}^n x_{ti}^{\alpha_i} \frac{1}{u(x_{t\bullet})} = \alpha_r u(x_{t\bullet}) \frac{1}{u(x_{t\bullet})} = \alpha_r, \end{aligned} \quad (45)$$

onde a penúltima passagem se efectuou porque  $u(x_{t\bullet}) = \alpha_0 \prod_{i=1}^n x_{ti}^{\alpha_i}$ , por (38).

- Elasticidades de curto prazo da procura de electricidade em relação às variáveis de longo prazo  $y_{tr}$ ,  $r = 1, 2, \dots, m$ . A expressão geral destas elasticidades encontra-se em (30),

$$e(q_t, y_{tr}) = \lambda \frac{ds_t}{d\phi(s_t)} \frac{\partial \phi[g(y_{t\bullet})]}{\partial g(y_{t\bullet})} \frac{\partial g(y_{t\bullet})}{\partial y_{tr}} \frac{y_{tr}}{s_t}.$$

Como, em (41), se tem  $\phi(s_t) = \ln s_t \Leftrightarrow s_t = \exp[\phi(s_t)]$ , por (40), vem,

$$\frac{ds_t}{d\phi(s_t)} = \exp[\phi(s_t)].$$

Mas, como  $\phi(s_t) = \ln s_t$ , fica,

$$\frac{ds_t}{d\phi(s_t)} = \exp[\phi(s_t)] = \exp[\ln s_t] = s_t. \quad (46)$$

Atendendo ainda a (40), onde  $\phi = \ln$ , vem,

$$\frac{\partial \phi[g(y_{t\bullet})]}{\partial g(y_{t\bullet})} = \frac{\partial \ln g(y_{t\bullet})}{\partial g(y_{t\bullet})} = \frac{1}{g(y_{t\bullet})}. \quad (47)$$

Por último, como, em (41),  $g(y_{t\bullet})$  é dada por (39), vem,

$$\frac{\partial g(y_{t\bullet})}{\partial y_{tr}} = \beta_0 \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq r}}^m y_{tj}^{\beta_j} \beta_r y_{tr}^{\beta_r - 1}. \quad (48)$$

Substituindo (46), (47) e (48) em (30), fica,

$$\begin{aligned} e(q_t, y_{tr}) &= \lambda s_t \frac{1}{g(y_{t\bullet})} \beta_0 \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq r}}^m y_{tj}^{\beta_j} \beta_r y_{tr}^{\beta_r - 1} \frac{y_{tr}}{s_t} = \lambda \beta_r \frac{1}{g(y_{t\bullet})} \beta_0 \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq r}}^m y_{tj}^{\beta_j} y_{tr}^{\beta_r} = \\ &= \lambda \beta_r \frac{1}{g(y_{t\bullet})} \beta_0 \prod_{j=1}^m y_{tj}^{\beta_j} = \lambda \beta_r \frac{1}{g(y_{t\bullet})} g(y_{t\bullet}) = \lambda \beta_r, \end{aligned} \quad (49)$$

onde a penúltima passagem se efectuou porque  $g(y_{t\bullet}) = \beta_0 \prod_{j=1}^m y_{tj}^{\beta_j}$ , por (39).



- Elasticidades totais de curto prazo da procura de electricidade em relação a uma variável  $z_{tr}$ , que seja, simultaneamente, uma variável de curto e de longo prazos. A expressão geral destas elasticidades encontra-se em (32),

$$e_T(q_t, z_{tr}) = \frac{\partial u(x_{t\bullet})}{\partial z_{tr}} \frac{z_{tr}}{u(x_{t\bullet})} + \lambda \frac{ds_t}{d\phi(s_t)} \frac{\partial \phi[g(y_{t\bullet})]}{\partial g(y_{t\bullet})} \frac{\partial g(y_{t\bullet})}{\partial z_{tr}} \frac{z_{tr}}{s_t}.$$

Repare-se que esta expressão mais não é (como já se tinha referido no ponto 2.3.4) do que a soma da elasticidade de curto prazo da procura de electricidade em relação a  $z_{tr}$ , entendendo esta como variável de curto prazo (que dá  $\alpha_r$ , como se viu em (45)), com a elasticidade de curto prazo da procura de electricidade em relação a  $z_{tr}$ , entendendo esta como variável de longo prazo (que dá  $\lambda\beta_r$ , como se viu em (49)). Então, (32), fica,

$$e_T(q_t, z_{tr}) = \alpha_r + \lambda\beta_r. \quad (50)$$

- Elasticidades de longo prazo da procura de electricidade em relação às variáveis de longo prazo  $y_r$ ,  $r = 1, 2, \dots, m$ . A expressão geral destas elasticidades encontra-se em (35),

$$e_L(q, y_r) = \frac{\partial g(y_\bullet)}{\partial y_r} \frac{y_r}{g(y_\bullet)}.$$

Repare-se que  $\frac{\partial g(y_\bullet)}{\partial y_r}$  se pode obter directamente de (48), bastando aí omitir o índice  $t$  do tempo (porque se está no longo prazo, em estado estacionário),

$$\frac{\partial g(y_\bullet)}{\partial y_r} = \beta_0 \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq r}}^m y_j^{\beta_j} \beta_r y_r^{\beta_r-1}.$$

Substituindo em (35), fica,

$$e_L(q, y_r) = \beta_0 \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq r}}^m y_j^{\beta_j} \beta_r y_r^{\beta_r-1} \frac{y_r}{g(y_\bullet)} = \beta_r \beta_0 \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq r}}^m y_j^{\beta_j} y_r^{\beta_r} \frac{1}{g(y_\bullet)} =$$

$$= \beta_r \beta_0 \prod_{j=1}^m y_j^{\beta_j} \frac{1}{g(y_*)} = \beta_r g(y_*) \frac{1}{g(y_*)} = \beta_r, \quad (51)$$

onde a penúltima passagem se efectua porque  $g(y_*) = \beta_0 \prod_{j=1}^m y_j^{\beta_j}$ , por (39) (basta omitir o índice  $t$  do tempo em (39)).

- Elasticidades totais de longo prazo da procura de electricidade em relação a uma variável  $z_r$ , que seja, simultaneamente, uma variável de curto e de longo prazos. A expressão geral destas elasticidades encontra-se em (37),

$$e_{TL}(q, z_r) = \frac{\partial u(x_*)}{\partial z_r} \frac{z_r}{u(x_*)} + \frac{\partial g(y_*)}{\partial z_r} \frac{z_r}{g(y_*)}.$$

Repare-se que esta expressão mais não é (como já se tinha referido no ponto 2.3.4) do que a soma da elasticidade de curto prazo da procura de electricidade em relação a  $z_r$ , entendendo esta como variável de longo prazo (que dá  $\alpha_r$ , como se viu em (45)), com a elasticidade de longo prazo da procura de electricidade em relação a  $z_r$ , entendendo esta como variável de longo prazo (que dá  $\beta_r$ , como se viu em (51)). Então, (37) fica,

$$e_{TL}(q, z_r) = \alpha_r + \beta_r. \quad (52)$$

Note-se que todas estas elasticidades, deduzidas no âmbito do modelo (41), são constantes, isto é, independentes do nível das variáveis explicativas (o que, aliás, já se tinha referido em 2.4.1). Vão agora calcular-se as elasticidades para o caso do modelo (44), o qual se obteve com as formas funcionais (40), (42) e (43). Têm-se as seguintes elasticidades:

- Elasticidades de curto prazo da procura de electricidade em relação às variáveis de curto prazo  $x_{tr}$ ,  $r = 1, 2, \dots, n$ . A expressão geral destas elasticidades encontra-se em (28),

$$e(q_t, x_{tr}) = \frac{\partial u(x_{t*})}{\partial x_{tr}} \frac{x_{tr}}{u(x_{t*})}.$$

No modelo (44),  $\ln u(x_{t\bullet})$  é dado por (42), pelo que, para se calcular  $\frac{\partial u(x_{t\bullet})}{\partial x_{tr}}$ , é conveniente partir da seguinte relação,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln u(x_{t\bullet})}{\partial x_{tr}} &= \frac{\frac{\partial u(x_{t\bullet})}{\partial x_{tr}}}{u(x_{t\bullet})} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{\partial u(x_{t\bullet})}{\partial x_{tr}} &= \frac{\partial \ln u(x_{t\bullet})}{\partial x_{tr}} u(x_{t\bullet}). \end{aligned} \quad (53)$$

Calcule-se, então,  $\frac{\partial \ln u(x_{t\bullet})}{\partial x_{tr}}$ , a partir de (42),

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln u(x_{t\bullet})}{\partial x_{tr}} &= \alpha_r \frac{1}{x_{tr}} + \frac{1}{2} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq r}}^n \alpha_{ir} \ln x_{ti} \frac{1}{x_{tr}} + \frac{1}{2} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq r}}^n \alpha_{rk} \ln x_{tk} \frac{1}{x_{tr}} + \\ &+ \frac{1}{2} \alpha_{rr} 2 \ln x_{tr} \frac{1}{x_{tr}} = \\ &= \frac{\alpha_r + \frac{1}{2} \left[ \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq r}}^n \alpha_{ir} \ln x_{ti} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq r}}^n \alpha_{rk} \ln x_{tk} + 2\alpha_{rr} \ln x_{tr} \right]}{x_{tr}}. \end{aligned}$$

Como a variável  $i$  é uma variável muda no somatório  $\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq r}}^n \alpha_{ir} \ln x_{ti}$ , pode-se alterá-

-la para  $k$ , ficando  $\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq r}}^n \alpha_{kr} \ln x_{tk}$ . Além disso, tenha-se em atenção que, no caso da

translog, são válidas as restrições de simetria  $\alpha_{kr} = \alpha_{rk}$ ,  $k \neq r$ ,  $k, r = 1, 2, \dots, n$  [veja-se Mendes (1993) - pg. 85].

Assim sendo, a expressão acima fica,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln u(x_{t\bullet})}{\partial x_{tr}} &= \frac{\alpha_r + \frac{1}{2} \left[ \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq r}}^n \alpha_{rk} \ln x_{tk} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq r}}^n \alpha_{rk} \ln x_{tk} + 2\alpha_{rr} \ln x_{tr} \right]}{x_{tr}} = \\ &= \frac{\alpha_r + \frac{1}{2} \left[ 2 \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq r}}^n \alpha_{rk} \ln x_{tk} + 2\alpha_{rr} \ln x_{tr} \right]}{x_{tr}} = \frac{\alpha_r + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq r}}^n \alpha_{rk} \ln x_{tk} + \alpha_{rr} \ln x_{tr}}{x_{tr}} = \end{aligned}$$

$$= \frac{\alpha_r + \sum_{k=1}^n \alpha_{rk} \ln x_{tk}}{x_{tr}}.$$

Substituindo este resultado em (53), fica,

$$\frac{\partial u(x_{t\bullet})}{\partial x_{tr}} = \frac{\alpha_r + \sum_{k=1}^n \alpha_{rk} \ln x_{tk}}{x_{tr}} u(x_{t\bullet}). \quad (54)$$

Substituindo (54) em (28), vem,

$$e(q_t, x_{tr}) = \frac{\alpha_r + \sum_{k=1}^n \alpha_{rk} \ln x_{tk}}{x_{tr}} u(x_{t\bullet}) \frac{x_{tr}}{u(x_{t\bullet})} = \alpha_r + \sum_{k=1}^n \alpha_{rk} \ln x_{tk}. \quad (55)$$

- Elasticidades de curto prazo da procura de electricidade em relação às variáveis de longo prazo  $y_{tr}$ ,  $r = 1, 2, \dots, m$ . A expressão geral destas elasticidades encontra-se em (30),

$$e(q_t, y_{tr}) = \lambda \frac{ds_t}{d\phi(s_t)} \frac{\partial \phi[g(y_{t\bullet})]}{\partial g(y_{t\bullet})} \frac{\partial g(y_{t\bullet})}{\partial y_{tr}} \frac{y_{tr}}{s_t}.$$

Como, no modelo (44), se tem  $\phi(s_t) = \ln s_t$ , de igual forma ao que sucede no modelo (41), as expressões de  $\frac{ds_t}{d\phi(s_t)}$  e  $\frac{\partial \phi[g(y_{t\bullet})]}{\partial g(y_{t\bullet})}$  são as dadas por (46) e (47), respectivamente.

Calcule-se, agora,  $\frac{\partial g(y_{t\bullet})}{\partial y_{tr}}$ , a partir de (43). Como, em (43), o que se tem é  $\ln g(y_{t\bullet})$  e não  $g(y_{t\bullet})$ , para se calcular  $\frac{\partial g(y_{t\bullet})}{\partial y_{tr}}$ , é conveniente partir da seguinte relação,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln g(y_{t\bullet})}{\partial y_{tr}} &= \frac{\frac{\partial g(y_{t\bullet})}{\partial y_{tr}}}{g(y_{t\bullet})} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{\partial g(y_{t\bullet})}{\partial y_{tr}} &= \frac{\partial \ln g(y_{t\bullet})}{\partial y_{tr}} g(y_{t\bullet}). \end{aligned} \quad (56)$$

Calcule-se, então,  $\frac{\partial \ln g(y_{t*})}{\partial y_{tr}}$ , a partir de (43),

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln g(y_{t*})}{\partial y_{tr}} &= \beta_r \frac{1}{y_{tr}} + \frac{1}{2} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq r}}^m \beta_{jr} \ln y_{tj} \frac{1}{y_{tr}} + \frac{1}{2} \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq r}}^m \beta_{rp} \ln y_{tp} \frac{1}{y_{tr}} + \\ &+ \frac{1}{2} \beta_{rr} 2 \ln y_{tr} \frac{1}{y_{tr}} = \\ &= \frac{\beta_r + \frac{1}{2} \left[ \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq r}}^m \beta_{jr} \ln y_{tj} + \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq r}}^m \beta_{rp} \ln y_{tp} + 2\beta_{rr} \ln y_{tr} \right]}{y_{tr}}. \end{aligned}$$

Como a variável  $j$  é uma variável muda no somatório  $\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq r}}^m \beta_{jr} \ln y_{tj}$ , pode-se alterá-

-la para  $p$ , ficando  $\sum_{\substack{p=1 \\ p \neq r}}^m \beta_{pr} \ln y_{tp}$ . Além disso, tenha-se em atenção que, no caso da

translog, são válidas as restrições de simetria  $\beta_{pr} = \beta_{rp}$ ,  $p \neq r$ ,  $p, r = 1, 2, \dots, m$  [veja-se Mendes (1993) - pg. 85].

Assim sendo, a expressão acima fica,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln g(y_{t*})}{\partial y_{tr}} &= \frac{\beta_r + \frac{1}{2} \left[ \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq r}}^m \beta_{rp} \ln y_{tp} + \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq r}}^m \beta_{rp} \ln y_{tp} + 2\beta_{rr} \ln y_{tr} \right]}{y_{tr}} = \\ &= \frac{\beta_r + \frac{1}{2} \left[ 2 \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq r}}^m \beta_{rp} \ln y_{tp} + 2\beta_{rr} \ln y_{tr} \right]}{y_{tr}} = \frac{\beta_r + \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq r}}^m \beta_{rp} \ln y_{tp} + \beta_{rr} \ln y_{tr}}{y_{tr}} = \\ &= \frac{\beta_r + \sum_{p=1}^m \beta_{rp} \ln y_{tp}}{y_{tr}}. \end{aligned}$$

Substituindo este resultado em (56), fica,

$$\frac{\partial g(y_{t*})}{\partial y_{tr}} = \frac{\beta_r + \sum_{p=1}^m \beta_{rp} \ln y_{tp}}{y_{tr}} g(y_{t*}). \quad (57)$$

Substituindo (46), (47) e (57) em (30), fica,

$$e(q_t, y_{tr}) = \lambda s_t \frac{1}{g(y_{t\bullet})} \frac{\beta_r + \sum_{p=1}^m \beta_{rp} \ln y_{tp}}{y_{tr}} g(y_{t\bullet}) \frac{y_{tr}}{s_t} =$$

$$= \lambda \left[ \beta_r + \sum_{p=1}^m \beta_{rp} \ln y_{tp} \right]. \quad (58)$$

- Elasticidades totais de curto prazo da procura de electricidade em relação a uma variável  $z_{tr}$ , que seja, simultaneamente, uma variável de curto e de longo prazos. A expressão geral destas elasticidades encontra-se em (32),

$$e_T(q_t, z_{tr}) = \frac{\partial u(x_{t\bullet})}{\partial z_{tr}} \frac{z_{tr}}{u(x_{t\bullet})} + \lambda \frac{ds_t}{d\phi(s_t)} \frac{\partial \phi[g(y_{t\bullet})]}{\partial g(y_{t\bullet})} \frac{\partial g(y_{t\bullet})}{\partial z_{tr}} \frac{z_{tr}}{s_t}.$$

Repare-se que esta expressão mais não é (como já se tinha referido no ponto 2.3.4) do que a soma da elasticidade de curto prazo da procura de electricidade em relação a  $z_{tr}$ , entendendo esta como variável de curto prazo (que dá  $\alpha_r + \sum_{k=1}^n \alpha_{rk} \ln z_{tk}$ , como se viu em (55)), com a elasticidade de curto prazo da procura de electricidade em relação a  $z_{tr}$ , entendendo esta como variável de longo prazo (que dá  $\lambda \left[ \beta_r + \sum_{p=1}^m \beta_{rp} \ln z_{tp} \right]$ , como se viu em (58)). Então, (32) fica,

$$e_T(q_t, z_{tr}) = \alpha_r + \sum_{k=1}^n \alpha_{rk} \ln z_{tk} + \lambda \left[ \beta_r + \sum_{p=1}^m \beta_{rp} \ln z_{tp} \right]. \quad (59)$$

- Elasticidades de longo prazo da procura de electricidade em relação às variáveis de longo prazo  $y_r$ ,  $r = 1, 2, \dots, m$ . A expressão geral destas elasticidades encontra-se em (35),

$$e_L(q, y_r) = \frac{\partial g(y_{\bullet})}{\partial y_r} \frac{y_r}{g(y_{\bullet})}.$$

Repare-se que  $\frac{\partial g(y_*)}{\partial y_r}$  se pode obter directamente de (57), bastando aí omitir o índice  $t$  do tempo (porque se está no longo prazo, em estado estacionário),

$$\frac{\partial g(y_*)}{\partial y_r} = \frac{\beta_r + \sum_{p=1}^m \beta_{rp} \ln y_p}{y_r} g(y_*).$$

Substituindo em (35), fica,

$$e_L(q, y_r) = \frac{\beta_r + \sum_{p=1}^m \beta_{rp} \ln y_p}{y_r} g(y_*) \frac{y_r}{g(y_*)} = \beta_r + \sum_{p=1}^m \beta_{rp} \ln y_p. \quad (60)$$

- Elasticidades totais de longo prazo da procura de electricidade em relação a uma variável  $z_r$ , que seja, simultaneamente, uma variável de curto e de longo prazos. A expressão geral destas elasticidades encontra-se em (37),

$$e_{TL}(q, z_r) = \frac{\partial u(x_*)}{\partial z_r} \frac{z_r}{u(x_*)} + \frac{\partial g(y_*)}{\partial z_r} \frac{z_r}{g(y_*)}.$$

Repare-se que esta expressão mais não é (como já se tinha referido no ponto 2.3.4) do que a soma da elasticidade de curto prazo da procura de electricidade em relação a  $z_r$ , entendendo esta como variável de curto prazo (que dá  $\alpha_r + \sum_{k=1}^n \alpha_{rk} \ln z_k$ , como se viu em (55)), com a elasticidade de longo prazo da procura de electricidade em relação a  $z_r$ , entendendo esta como variável de longo prazo (que dá  $\beta_r + \sum_{p=1}^m \beta_{rp} \ln z_p$ , como se viu em (60)). Então, (37) fica,

$$e_{TL}(q, z_r) = \alpha_r + \sum_{k=1}^n \alpha_{rk} \ln z_k + \beta_r + \sum_{p=1}^m \beta_{rp} \ln z_p. \quad (61)$$

Note-se que todas estas elasticidades, deduzidas no âmbito do modelo (44), não são constantes, porque dependem do valor assumido pelas variáveis explicativas.

#### **2.4.4 - A REPRESENTAÇÃO DO PREÇO DA ELECTRICIDADE NO CASO PORTUGUÊS**

No ponto 2.3.3 discutiu-se a representação do preço da electricidade, supondo que este se decompunha numa tarifa fixa, para consumos abaixo de um determinado nível, e num conjunto de preços, cada um deles válido para um dado bloco de consumo. Esta situação muito debatida na literatura sobre o assunto (por ser a que mais vulgarmente se encontra em prática nos países da América do Norte e da Europa Ocidental) não corresponde ao caso português. Na verdade, e após uma consulta ao tarifário da EDP, verificou-se que o preço da electricidade para os consumidores domésticos (os abrangidos pelo estudo empírico) consta de:

- Uma taxa de potência que, como o próprio nome indica, não depende da quantidade consumida de electricidade, mas sim da potência contratada. Esta taxa de potência é definida em escudos por mês, pelo que, o que ela se destina a pagar é o facto de o consumidor ter à sua disposição uma dada potência eléctrica, durante um determinado período de tempo.
- Uma taxa de energia, definida em escudos por kWh de electricidade consumido, assumindo sempre o mesmo valor, independentemente da quantidade consumida (isto significa que não há escalões de consumo, pagando todas as famílias o mesmo preço por kWh, quer consumam muita ou pouca electricidade). Nestes termos, a taxa de energia é o preço marginal da electricidade, qualquer que seja o seu nível de consumo.

Perante uma situação distinta da analisada no ponto 2.3.3, é óbvio que as soluções aí apresentadas para a representação do preço da electricidade não sejam totalmente válidas no caso português, tendo de se estudar o assunto.



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

A grande diferença em relação à situação analisada no ponto 2.3.3 tem a ver com a inexistência de um preço por blocos, o que elimina a determinação simultânea de preços e quantidades. Ainda assim, continua a existir, por um lado, uma taxa de potência (a qual pode ser entendida como uma tarifa fixa) que o consumidor tem de pagar, mesmo que não consuma nenhuma electricidade, e, por outro lado, um preço marginal, conduzindo à não coincidência entre preço médio e preço marginal e levantando, uma vez mais, o problema de qual dos preços é o relevante para a representação do preço da electricidade.

Para tentar solucionar este problema, vai supor-se a seguinte situação, caracterizadora do caso português:

- um dado consumidor depara-se com dois bens no mercado - a electricidade e o bem B (pode admitir-se que este bem B seja um bem composto);
- o bem B é vendido a um preço  $p_B$ , independente da quantidade consumida  $q_B$ ; a electricidade é vendida de acordo com uma taxa de potência TP (a qual depende apenas da potência contratada, ou seja,  $TP = TP(PC)$ , onde PC é a potência contratada e não da quantidade consumida  $q$ , tendo de ser sempre paga, mesmo que não seja consumida nenhuma electricidade) e um preço por kWh, também ele independente da quantidade consumida  $q$  (preço marginal - pmg);
- o consumidor dispõe de um orçamento M, para gastar com os dois bens.

A restrição orçamental decorrente desta situação é,

$$TP(PC) + pmg q + p_B q_B = M, \quad (62)$$

a qual tem uma representação linear, para cada nível de potência contratada, como se pode comprovar pela Figura 16:

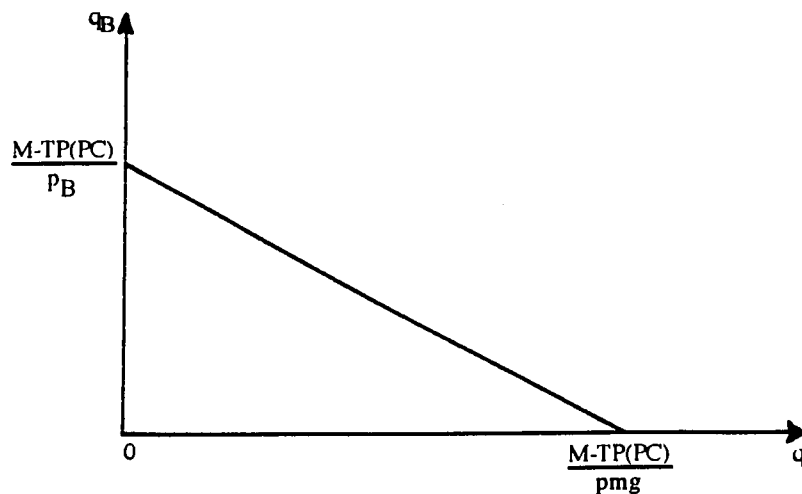


FIGURA 16

Repare-se que:

- a recta orçamental encontra-se com o eixo das ordenadas, quando  $q = 0$ , caso em que (62) fica,

$$TP(PC) + p_B q_B = M \Leftrightarrow q_B = \frac{M - TP(PC)}{p_B} ;$$

- a recta orçamental encontra-se com o eixo das abcissas, quando  $q_B = 0$ , caso em que (62) fica,

$$TP(PC) + pmg q = M \Leftrightarrow q = \frac{M - TP(PC)}{pmg} ;$$

- a taxa de potência é constante em relação à quantidade, pois ela depende apenas da potência que é contratada *ex ante* pelo consumidor à EDP (uma maior potência apenas faculta a utilização simultânea de mais aparelhos eléctricos, não significando, necessariamente, um maior consumo de electricidade durante um certo período de tempo; no entanto, também é verdade que, em média, os consumidores que contratam taxas de potência mais elevadas consomem mais

electricidade, pelo que, é possível vislumbrar uma relação entre a taxa de potência e o consumo de electricidade, muito embora esta seja sempre indirecta e de forma não explícita).

Vejam-se agora, os efeitos de uma variação da taxa de potência e do preço marginal.

Começando pela taxa de potência, vai supor-se que esta aumenta de  $TP(PC)$  para  $TP(PC)^*$  (seja por um aumento da taxa propriamente dita, ou pelo facto de o consumidor passar a contratar uma potência mais elevada), mantendo-se constantes o preço marginal da electricidade, o preço do bem B e o orçamento.

Graficamente, a situação representa-se como se segue, na Figura 17.

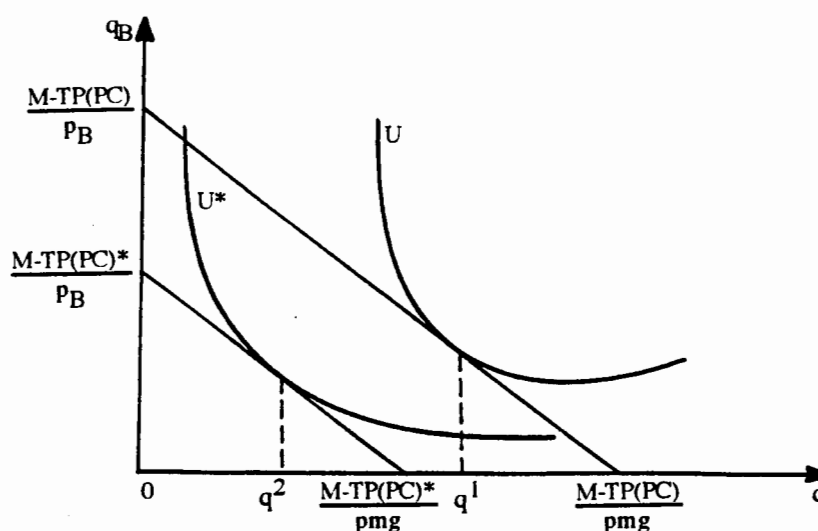


FIGURA 17

Quando a taxa de potência é  $TP(PC)$ , o consumidor adquire  $q^1$  de electricidade (dado pela tangência da curva de indiferença  $U$  com a restrição orçamental  $\left[ \frac{M - TP(PC)}{P_B}, \frac{M - TP(PC)}{p_{mg}} \right]$ ). Com o aumento da taxa de potência para  $TP(PC)^*$ , o novo óptimo situa-se agora na tangência entre a curva de indiferença  $U^*$  e a nova restrição

orçamental  $\left[ \frac{M - TP(PC)^*}{p_B}, \frac{M - TP(PC)^*}{pmg} \right]$ , onde a quantidade consumida de electricidade é  $q^2$ . O efeito total do aumento da taxa de potência (em valor absoluto),  $q^1 - q^2$ , pode decompor-se num efeito substituição e num efeito rendimento. No entanto, usando a definição de Hicks e sendo as duas rectas orçamentais paralelas, conclui-se que, neste caso, não há efeito substituição, sendo o efeito total,  $q^1 - q^2$ , exclusivamente um efeito rendimento. Daqui se conclui que variações na taxa de potência induzem apenas um efeito rendimento.

Analistem-se agora, os efeitos de um aumento do preço marginal da electricidade, de  $pmg$  para  $pmg^*$ , mantendo-se constantes a taxa de potência, o preço do bem B e o orçamento. Graficamente, a situação representa-se como se segue, na Figura 18.

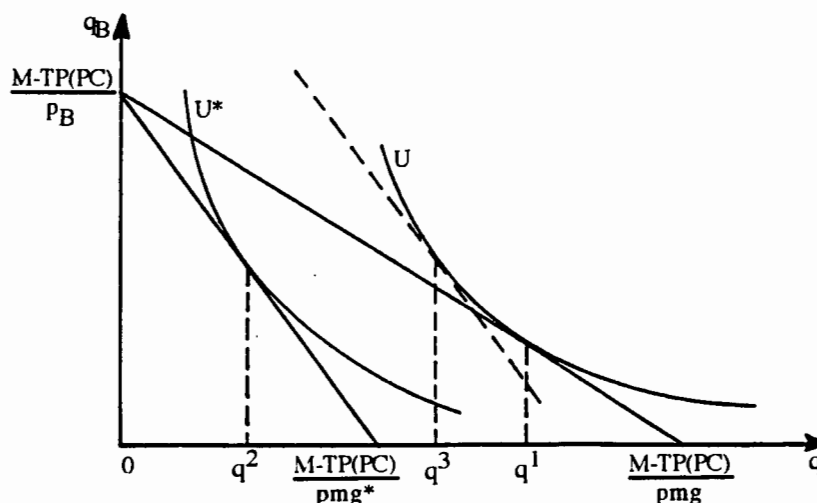


FIGURA 18

Quando o preço marginal da electricidade é  $pmg$ , o consumidor adquire  $q^1$  de electricidade (dado pela tangência da curva de indiferença  $U$  com a restrição orçamental  $\left[ \frac{M - TP(PC)}{p_B}, \frac{M - TP(PC)}{pmg} \right]$ ). Com o aumento do preço marginal da electricidade para  $pmg^*$ , o novo óptimo situa-se agora na tangência entre a curva de indiferença  $U^*$  e a

nova restrição orçamental  $\left[ \frac{M - TP(PC)}{P_B}, \frac{M - TP(PC)}{p_{mg}^*} \right]$ , onde a quantidade consumida de electricidade é  $q^2$ . O efeito total do aumento do preço marginal da electricidade (em valor absoluto),  $q^1 - q^2$ , pode decompor-se num efeito substituição e num efeito rendimento. Usando a definição de Hicks e notando que a recta a tracejado é paralela a  $\left[ \frac{M - TP(PC)}{P_B}, \frac{M - TP(PC)}{p_{mg}^*} \right]$ , vem que o efeito substituição é dado por  $q^1 - q^3$  (repare-se que, em  $q^3$ , o nível de utilidade permanece o mesmo de antes do aumento do preço marginal da electricidade) e o efeito rendimento é dado por  $q^3 - q^2$ . Daqui se conclui que variações no preço marginal da electricidade induzem, quer um efeito substituição, quer um efeito rendimento.

Da análise precedente, pode deduzir-se que o preço da electricidade em Portugal deverá ser representado por duas variáveis:

- a taxa de potência, a qual permite apreender o efeito rendimento da variação do preço;
- o preço marginal, o qual se destina a apreender o efeito substituição presente na decisão do consumidor (como se viu, este preço marginal também induz um efeito rendimento, mas, em termos de estimação, é de esperar que a maioria deste seja captado pela variável  $TP(PC)$ , ficando para o preço marginal a apreensão quase exclusiva do efeito substituição).

O preço médio da electricidade, definido por,

$$p_{md} = \frac{TP(PC) + p_{mg} q}{q},$$

não parece ser uma solução adequada para a representação do preço da electricidade, uma vez que ele "mistura" a taxa de potência e o preço marginal, não permitindo a apreensão dos diferentes efeitos que ambos induzem (conclusão esta idêntica à que se tinha chegado, embora num contexto diferente, no ponto 2.3.3).

## **2.5 - OUTRAS ALTERNATIVAS DE MODELIZAÇÃO DA PROCURA DE ELECTRICIDADE**

### **2.5.1 - A MODELIZAÇÃO ATRAVÉS DO *TIME-OF-DAY***

Considerando um dia típico, o consumo de electricidade ao longo desse dia não é homogéneo, assumindo, pelo contrário, fases de baixo consumo e fases de elevado consumo (também conhecidas por fases de consumo de pico), consoante a hora do dia. Este facto é de grande importância para as companhias produtoras de electricidade, já que, elas têm de instalar uma capacidade de produção que permita responder à procura nas fases de consumo de pico. A determinação dessa capacidade de produção a instalar requer um conhecimento o mais seguro possível dos consumos na fase de pico, uma vez que é necessário entrar em linha de conta com os dois seguintes vectores:

- em primeiro lugar, a capacidade de produção instalada tem de ser suficiente para satisfazer a procura nas fases de pico (deverá, até, ser superior a essa procura numa dada margem, para precaver avarias ou acidentes em alguma unidade);
- em segundo lugar, a capacidade de produção instalada, por ser de elevado custo, não deverá ficar muito além da procura nas fases de pico, sob pena de se ter um vultuoso investimento "parado", isto é, sem nunca ser necessário entrar em funcionamento.

Nesta linha de ideias, é de todo o interesse (pelo menos para as companhias produtoras de electricidade) modelizar a procura de electricidade ao longo de um dia, captando as fases

baixas e as fases de pico. Aos modelos que se propõem efectuar esta modelização é usual chamar modelos *time-of-day* ou, abreviadamente, modelos TOD, precisamente porque eles consideram, não só a procura de electricidade variando ao longo do dia, como também, o preço da electricidade variando ao longo do dia (o chamado preço TOD), prática esta comum a muitas companhias produtoras de electricidade, as quais resolvem reflectir a evolução do custo de produção da electricidade (ou, pelo menos, parte dele) nos preços (repare-se que a produção de um kWh de electricidade custa muito menos numa fase de baixo consumo, onde laboram apenas as unidades produtoras de menores custos de funcionamento, nomeadamente as unidades hidroeléctricas e as nucleares, do que numa fase de consumo de pico, onde, para além das unidades produtoras atrás referidas, têm também de laborar as unidades de maiores custos de funcionamento, nomeadamente as unidades termoeléctricas).

Vai, então, modelizar-se o consumo de electricidade num dia representativo, considerando-se que o *stock* de aparelhos eléctricos é constante e predeterminado (o que se justifica, por se estar a analisar a evolução da procura de electricidade ao longo de um dia, período durante o qual o *stock* de aparelhos eléctricos se aceita como fixo).

A hipótese inicial é a de que o dia se encontra dividido num conjunto de  $N$  períodos de tempo,  $t_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , designando-se por  $q_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , o consumo de electricidade no período de tempo  $t_i$ .

O preço da electricidade é variável segundo os períodos de tempo, pelo que,  $p_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , designará o preço da electricidade no período de tempo  $t_i$ . Para efeitos de simplificação da análise, admite-se que, para cada período de tempo  $t_i$ , o respectivo preço  $p_i$  é independente da quantidade de electricidade consumida (isto é, não existe uma estrutura de tarifas em função da quantidade consumida, mas antes, um preço único para cada período de tempo).

O consumidor de electricidade depara-se com outros bens e serviços no mercado, designando-se por  $q_0$  o seu consumo diário (relembre-se que o período de referência é o dia,

porque se está a analisar a evolução da procura de electricidade ao longo de um dia representativo) e por  $p_0$  o seu preço - o índice "0" deve, assim, ser entendido como o índice de um bem composto, agregando todos os bens e serviços para além da electricidade.

Representando por  $M$  o orçamento diário do consumidor, a restrição orçamental diária vem,

$$p_0 q_0 + p_1 q_1 + \dots + p_N q_N = M. \quad (63)$$

Seja,

$$u = U(q_0, q_1, \dots, q_N), \quad (64)$$

a função de utilidade directa diária do consumidor. Obviamente, a função de utilidade indirecta parcial diária (chama-se a esta função de utilidade indirecta diária, parcial, porque se vai considerar a maximização apenas em ordem aos consumos de electricidade, já que, são estes que interessa obter) do consumidor escrever-se-á como,

$$\begin{aligned} v &= V\left(\frac{p_0}{M}, \frac{p_1}{M}, \dots, \frac{p_N}{M}\right) = \\ &= \max_{q_1, q_2, \dots, q_N} \left\{ U(q_0, q_1, \dots, q_N) : \frac{p_0}{M} q_0 + \frac{p_1}{M} q_1 + \dots + \frac{p_N}{M} q_N = 1 \right\}. \end{aligned} \quad (65)$$

Pressupondo que a relação entre o consumo dos outros bens e serviços,  $q_0$ , e os consumos de electricidade,  $q_1, q_2, \dots, q_N$ , só se faz ao nível agregado do consumo total de electricidade, isto é, pressupondo que o consumidor decide entre  $q_0$  e  $q$  (sendo  $q$  o consumo total diário de electricidade) e, só depois de saber  $q$ , é que ele determina quanto é que consome ao longo dos  $N$  períodos de tempo (ou seja, depois de saber  $q$ , é que determina  $q_1, q_2, \dots, q_N$ ), a função de utilidade directa diária (64), pode reescrever-se como,

$$u = W[q_0, h(q_1, q_2, \dots, q_N)], \quad (66)$$

onde a função  $h$  é um índice de quantidade, respeitante à electricidade, que se admite ser homogéneo de grau 1. Mas, sendo  $h$  linearmente homogénea, pode ser escrita como,



$$h(q_1, q_2, \dots, q_N) = \psi(p_1, p_2, \dots, p_N)(p_1 q_1 + p_2 q_2 + \dots + p_N q_N), \quad (67)$$

onde  $\psi(p_1, p_2, \dots, p_N)$  deve ser entendido como o inverso de um índice de preços diário da electricidade e  $E = p_1 q_1 + p_2 q_2 + \dots + p_N q_N$  é a despesa total diária em electricidade (multiplicando esta despesa total pelo inverso do índice de preços obter-se-á, é claro, o índice de quantidade  $h(q_1, q_2, \dots, q_N)$ ). Note-se que a homogeneidade linear da função  $h$ , que a permite escrever na forma (67), implica que, se todos os preços  $p_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , variarem na mesma proporção, a alocação relativa do consumo de electricidade entre os  $N$  períodos de tempo mantem-se, apesar de o consumo total de electricidade se alterar.

A função de utilidade indirecta parcial diária (65) pode agora reescrever-se, atendendo a (66) e (67),

$$\begin{aligned} v &= \max_{q_1, q_2, \dots, q_N} \left\{ W[q_0, h(q_1, q_2, \dots, q_N)] : \frac{p_0}{M} q_0 + \frac{p_1}{M} q_1 + \dots + \frac{p_N}{M} q_N = 1 \right\} = \\ &= \max_E \left\{ W[q_0, \psi(p_1, p_2, \dots, p_N)E] : \frac{p_0}{M} q_0 + \frac{p_1}{M} q_1 + \dots + \frac{p_N}{M} q_N = 1 \right\}, \end{aligned}$$

tendo a última passagem efectuado-se por (67), notando que maximizar em ordem a  $q_1, q_2, \dots, q_N$ , equivale a maximizar em ordem a  $E = p_1 q_1 + p_2 q_2 + \dots + p_N q_N$ , já que, os preços são fixos. Continuando, tem-se,

$$\begin{aligned} v &= \max_E \left\{ W[q_0, \psi(p_1, p_2, \dots, p_N)E] : \frac{p_0}{M} q_0 + \frac{1}{M} (p_1 q_1 + p_2 q_2 + \dots + p_N q_N) = 1 \right\} = \\ &= \max_E \left\{ W[q_0, \psi(p_1, p_2, \dots, p_N)E] : \frac{p_0 q_0}{M} + \frac{E}{M} = 1 \right\} = \\ &= v \left[ \frac{p_0}{M}, \frac{1}{\psi\left(\frac{p_1}{M}, \frac{p_2}{M}, \dots, \frac{p_N}{M}\right)} \right], \end{aligned} \quad (68)$$

justificando-se a última passagem, porque há uma separação entre a electricidade e os outros bens e serviços, patente nos argumentos da função de utilidade indirecta parcial diária, e

porque  $\psi\left(\frac{p_1}{M}, \frac{p_2}{M}, \dots, \frac{p_N}{M}\right)$  é o inverso de um índice de preços diário da electricidade (como acima foi referido).

A partir de (68) podem deduzir-se as funções de procura da electricidade para cada período de tempo, recorrendo à conhecida Identidade de Roy [veja-se Mendes (1993) - pg. 56],

$$q_i = - \frac{\frac{\partial v}{\partial p_i}}{\frac{\partial v}{\partial M}}, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (69)$$

Para determinar a expressão dos  $q_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , comece-se por calcular  $\frac{\partial v}{\partial p_i}$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , através de (68),

$$\frac{\partial v}{\partial p_i} = \frac{\partial V}{\partial\left(\frac{1}{\psi}\right)} \frac{\partial\left(\frac{1}{\psi}\right)}{\partial p_i}.$$

Chamando  $V'_2$  a  $\frac{\partial V}{\partial\left(\frac{1}{\psi}\right)}$  e aplicando a regra de derivação do quociente a  $\frac{\partial\left(\frac{1}{\psi}\right)}{\partial p_i}$ , vem,

$$\frac{\partial v}{\partial p_i} = V'_2 \frac{\partial\left(\frac{1}{\psi}\right)}{\partial p_i} = V'_2 \frac{-\frac{\partial \psi}{\partial\left(\frac{p_i}{M}\right)} \frac{\partial\left(\frac{p_i}{M}\right)}{\partial p_i}}{\psi^2}.$$

Designando  $\frac{\partial \psi}{\partial\left(\frac{p_i}{M}\right)}$  por  $\psi'_i$ , fica,

$$\frac{\partial v}{\partial p_i} = V'_2 \frac{-\psi'_i \frac{\partial\left(\frac{p_i}{M}\right)}{\partial p_i}}{\psi^2} = - \frac{V'_2 \psi'_i \frac{1}{M}}{\psi^2}. \quad (70)$$

Calcule-se, agora,  $\frac{\partial v}{\partial M}$ , recorrendo novamente a (68),

$$\frac{\partial v}{\partial M} = \frac{\partial V}{\partial \left(\frac{P_0}{M}\right)} \frac{\partial \left(\frac{P_0}{M}\right)}{\partial M} + \frac{\partial V}{\partial \left(\frac{1}{\psi}\right)} \frac{\partial \left(\frac{1}{\psi}\right)}{\partial M}.$$

Chamando  $V'_1$  a  $\frac{\partial V}{\partial \left(\frac{P_0}{M}\right)}$  e aplicando a regra de derivação do quociente a  $\frac{\partial \left(\frac{P_0}{M}\right)}{\partial M}$  e a  $\frac{\partial \left(\frac{1}{\psi}\right)}{\partial M}$ ,

vem,

$$\frac{\partial v}{\partial M} = V'_1 \left( -\frac{P_0}{M^2} \right) + V'_2 \frac{-\frac{\partial \psi}{\partial M}}{\psi^2} = -V'_1 \frac{P_0}{M^2} - V'_2 \frac{\frac{\partial \psi}{\partial M}}{\psi^2}. \quad (71)$$

Veja-se, agora, a expressão de  $\frac{\partial \psi}{\partial M}$ .

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi \left( \frac{P_1}{M}, \frac{P_2}{M}, \dots, \frac{P_N}{M} \right)}{\partial M} &= \frac{\partial \psi}{\partial \left( \frac{P_1}{M} \right)} \frac{\partial \left( \frac{P_1}{M} \right)}{\partial M} + \frac{\partial \psi}{\partial \left( \frac{P_2}{M} \right)} \frac{\partial \left( \frac{P_2}{M} \right)}{\partial M} + \dots + \frac{\partial \psi}{\partial \left( \frac{P_N}{M} \right)} \frac{\partial \left( \frac{P_N}{M} \right)}{\partial M} = \\ &= -\frac{1}{M} \left[ \frac{\partial \psi}{\partial \left( \frac{P_1}{M} \right)} \frac{P_1}{M} + \frac{\partial \psi}{\partial \left( \frac{P_2}{M} \right)} \frac{P_2}{M} + \dots + \frac{\partial \psi}{\partial \left( \frac{P_N}{M} \right)} \frac{P_N}{M} \right]. \end{aligned}$$

Note-se que a expressão dentro do parênteses recto vai dar  $\psi \left( \frac{P_1}{M}, \frac{P_2}{M}, \dots, \frac{P_N}{M} \right)$ , atendendo a que  $\psi$  é homogênea de grau 1 (porque, se todos os preços  $p_1, p_2, \dots, p_N$ , variarem numa dada proporção, então o seu índice agregado  $\psi(p_1, p_2, \dots, p_N)$  também deverá variar nessa mesma proporção) e à Identidade de Euler, isto é,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial \left( \frac{P_1}{M} \right)} \frac{P_1}{M} + \frac{\partial \psi}{\partial \left( \frac{P_2}{M} \right)} \frac{P_2}{M} + \dots + \frac{\partial \psi}{\partial \left( \frac{P_N}{M} \right)} \frac{P_N}{M} &= 1 \psi \left( \frac{P_1}{M}, \frac{P_2}{M}, \dots, \frac{P_N}{M} \right) = \\ &= \psi \left( \frac{P_1}{M}, \frac{P_2}{M}, \dots, \frac{P_N}{M} \right). \end{aligned}$$

Substituindo este resultado na expressão acima, fica,

$$\frac{\partial \psi}{\partial M} = -\frac{1}{M} \psi \left( \frac{p_1}{M}, \frac{p_2}{M}, \dots, \frac{p_N}{M} \right) = -\frac{1}{M} \psi. \quad (72)$$

Introduzindo (72) em (71), vem,

$$\frac{\partial v}{\partial M} = -V'_1 \frac{p_0}{M^2} - V'_2 \frac{-\frac{1}{M} \psi}{\psi^2} = -V'_1 \frac{p_0}{M^2} + \frac{V'_2}{\psi M} = -\frac{1}{M} \left( \frac{V'_1 p_0}{M} - \frac{V'_2}{\psi} \right). \quad (73)$$

Então, substituindo (70) e (73) na Identidade de Roy (69), fica,

$$q_i = -\frac{\frac{\partial v}{\partial p_i}}{\frac{\partial v}{\partial M}} = -\frac{\frac{V'_2 \psi'_i \frac{1}{M}}{\psi^2}}{-\frac{1}{M} \left( \frac{V'_1 p_0}{M} - \frac{V'_2}{\psi} \right)} = -\frac{\frac{V'_2 \psi'_i}{\psi^2}}{\frac{V'_1 p_0}{M} - \frac{V'_2}{\psi}}, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (74)$$

As procuras de electricidade nos vários períodos de tempo, dadas por (74), permitem desenhar a curva de consumo diário, identificando os períodos de tempo (que, mais vulgarmente, podem ser as horas do dia) de baixo consumo e os de pico. Este modelo também é importante, no sentido em que permite testar a influência de variações nos preços da electricidade dos vários períodos de tempo nos consumos de electricidade em cada período de tempo, o que possibilita estudar a interessante questão de quanto devem aumentar os preços nos períodos de tempo de consumo de pico (e, eventualmente, baixar os preços nos períodos de tempo de baixo consumo), para fazer deslocar parte da procura das zonas de consumo de pico para as zonas de baixo consumo, onde o custo de produção da electricidade é muito menor.

O grande problema deste modelo (ou deste tipo de modelos, porque a versão aqui apresentada é apenas uma das várias hipóteses de modelização do ciclo diário da procura de electricidade) é a sua grande exigência de dados, já que, é necessário ter um painel de consumos horários de electricidade (se o período de tempo adoptado for, como é normal, a

hora) suficientemente vasto para um dado leque de consumidores, o que dificulta sobremaneira a realização de aplicações concretas (aliás, as que existem passam, quase sempre, por acordos de investigação com as próprias companhias de electricidade que têm de instalar contadores especiais nos domicílios de uma amostra de consumidores, para o que se torna necessário o consentimento prévio destes).

### **2.5.2 - OS MODELOS DE USO FINAL**

Uma abordagem diferente da modelização da procura de electricidade faz-se através da decomposição do consumo de electricidade em relação aos usos finais que resultaram desse mesmo consumo, ou seja, trata-se de identificar os aparelhos eléctricos, através dos quais a electricidade foi consumida, e imputar a cada um deles o respectivo consumo específico de electricidade. É esta ligação íntima entre o consumo de electricidade e os aparelhos eléctricos (cada um deles representando um determinado uso final) que a utilizam, que dá, a este tipo de modelos, o nome de modelos de uso final.

Os modelos de uso final tiveram a sua inspiração inicial em modelos concebidos por pessoas mais ligadas à área da engenharia do que à área da economia, os quais davam realce ao aspecto técnico do consumo de electricidade, enfatizando o consumo específico de cada aparelho eléctrico, em detrimento do comportamento económico dos consumidores. Tendo em atenção o colmatar desta lacuna, os modelos de uso final procuraram abarcar, quer a "perspectiva do engenheiro", quer a "perspectiva do economista", reunindo, no mesmo modelo, variáveis ligadas ao consumo específico de cada aparelho eléctrico e variáveis ligadas ao comportamento do consumidor.

Várias têm sido as modelizações propostas pelos modelos de uso final, mas uma das mais consensuais é a seguinte,

$$q_i = z_i \alpha + d_i \gamma, \quad (75)$$

onde,

$q_i$  - quantidade consumida de electricidade, pelo consumidor  $i$ ;

$z_i = [z_{i1} \ z_{i2} \ \dots \ z_{ik}]$  - vector linha com  $k$  variáveis explicativas do consumo de electricidade, para o consumidor  $i$ ;

$z_{ij}$  - variável explicativa  $j$  do consumo de electricidade, para o consumidor  $i$ ,  $j = 1, 2, \dots, k$ ;

$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \dots \\ \alpha_k \end{bmatrix}$  - vector coluna com  $k$  parâmetros;

$\alpha_j$  - parâmetro associado à variável explicativa  $z_{ij}$ ,  $j = 1, 2, \dots, k$ ;

$d_i = [d_{i1} \ d_{i2} \ \dots \ d_{is}]$  - vector linha com  $s$  variáveis artificiais (*dummies*);

$d_{ip} = \begin{cases} 1, & \text{se o aparelho eléctrico } p \text{ fizer parte do } stock \text{ do consumidor } i \\ 0, & \text{se o aparelho eléctrico } p \text{ não fizer parte do } stock \text{ do consumidor } i \end{cases}$ ,  
 $p = 1, 2, \dots, s$ ;

$\gamma = \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \dots \\ \gamma_s \end{bmatrix}$  - vector coluna com  $s$  parâmetros;

$\gamma_p$  - parâmetro associado à variável artificial  $d_{ip}$ ,  $p = 1, 2, \dots, s$ .

O modelo de uso final (75) (que se apresentou omitindo o índice do tempo, para simplificar) é composto por duas partes distintas:

- A primeira parcela,  $z_i\alpha$ , é a parte económica do modelo, estando presentes em  $z_i$  as variáveis explicativas do comportamento económico do consumidor  $i$ .
- A segunda parcela,  $d_i\gamma$ , é a parte ligada aos aspectos técnicos de engenharia, representando os coeficientes  $\gamma$  os consumos específicos de electricidade de cada aparelho eléctrico. Mais propriamente,  $\gamma_p$  será o consumo específico de electricidade do aparelho eléctrico  $p$ ,  $p = 1, 2, \dots, s$  (note-se que, se o aparelho eléctrico  $p$  fizer parte do *stock* do consumidor  $i$  vem,  $d_{ip} = 1$  e  $\gamma_p d_{ip} = \gamma_p$ , mas, se ele não fizer parte do *stock* do consumidor  $i$  vem,  $d_{ip} = 0$  e  $\gamma_p d_{ip} = 0$ ). É claro que se torna extremamente difícil listar todos os aparelhos eléctricos, pelo que, os  $s$  aparelhos eléctricos representados em  $d$  devem ser considerados como os de maior contribuição para o consumo total de electricidade, sendo o consumo dos restantes "apanhado" pela parte económica do modelo.

No contexto do modelo (75), a assumption de que os coeficientes  $\gamma$  são constantes não é realista, uma vez que:

- durante um particular período de tempo, a intensidade de utilização de um dado aparelho eléctrico varia, de consumidor para consumidor;
- as variáveis artificiais  $d_i$  indicam apenas a presença ou ausência de cada aparelho eléctrico do *stock* do consumidor  $i$ , não incorporando informação sobre a potência dos aparelhos.

Nestas condições, é muito mais consentâneo com a realidade assumir que os coeficientes  $\gamma$  têm uma variabilidade aleatória, de consumidor para consumidor, isto é,

$$\gamma_p = \delta_p + v_{ip}, \quad p = 1, 2, \dots, s, \quad (76)$$

onde,  $\delta_p$  é a parte do coeficiente  $\gamma_p$  que é constante entre os vários consumidores e  $v_{ip}$  é uma variável aleatória que representa a variabilidade do coeficiente  $\gamma_p$  entre os consumidores.

Considerando todos os coeficientes  $\gamma$ , tem-se,

$$\gamma = \delta + v_i, \quad (77)$$

onde,

$$\delta = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \dots \\ \delta_s \end{bmatrix} \quad e \quad v_i = \begin{bmatrix} v_{i1} \\ v_{i2} \\ \dots \\ v_{is} \end{bmatrix} .$$

Substituindo (77) em (75), o modelo de uso final fica,

$$\begin{aligned} q_i &= z_i \alpha + d_i \gamma \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow q_i &= z_i \alpha + d_i (\delta + v_i) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow q_i &= z_i \alpha + d_i \delta + d_i v_i . \end{aligned} \quad (78)$$

Fazendo, agora,  $d_i v_i = u_i$ , vem,

$$q_i = z_i \alpha + d_i \delta + u_i , \quad (79)$$

modelo este que será estimado, de acordo com as hipóteses estabelecidas para a variável residual  $u_i$ .

Os modelos de uso final do tipo do modelo (79) têm apresentado bons resultados empíricos nalguns casos, embora noutros tenham revelado algumas deficiências, sobretudo nas estimativas dos consumos específicos dados pelos parâmetros  $\delta$ , as quais apresentam valores negativos ou tecnicamente muito elevados (em relação ao aparelho eléctrico em causa). Para obviar estas deficiências, alguns autores têm proposto complementar os



modelos de uso final com a medição directa do consumo de alguns aparelhos eléctricos [veja-se, por exemplo, Bartels e Fiebig (1990)], o que, no entanto, se torna de difícil aplicação prática, por ter custos muito elevados.

## 2.6 - CONCLUSÕES

Ao longo deste Capítulo 2 foram abordados os principais aspectos da teoria e modelização da procura de electricidade, sendo de realçar as seguintes conclusões:

- A procura derivada de electricidade conduz obrigatoriamente a um processo de ajustamento do *stock* de aparelhos eléctricos, o qual pode ser representado satisfatoriamente por um mecanismo de ajustamento parcial generalizado (veja-se (13), em 2.3.2).
- É possível conjugar as formas funcionais flexíveis com o ajustamento do *stock* de aparelhos eléctricos, o que resulta num modelo simultaneamente flexível e dinâmico (veja-se (44), em 2.4.1), com elasticidades não constantes e diferenciadas entre curto e longo prazos.
- A estrutura tarifária da electricidade não deve ser representada por um simples preço médio, mas antes, por um conjunto de variáveis que permitam destrinçar o efeito substituição e o efeito rendimento subjacentes a uma alteração do tarifário. No caso português, esse conjunto de variáveis consubstancia-se na taxa de potência (que capta o efeito rendimento) e no preço marginal por kWh (que, grosso modo, capta o efeito substituição), como se discutiu em 2.4.4.

As soluções teóricas aqui preconizadas vão ser aplicadas, no próximo capítulo, a um estudo sobre a procura de electricidade pelas famílias em Portugal, tendo-se em atenção as especificidades encontradas.

## **CAPÍTULO 3**

### **A PROCURA DE ELECTRICIDADE PELAS FAMÍLIAS EM PORTUGAL**

### 3.1 - INTRODUÇÃO

Neste Capítulo 3 do trabalho vai desenvolver-se um estudo sobre a procura de electricidade pelas famílias em Portugal. O seu objectivo é o de encontrar as determinantes desta, ou seja, precisar quais as variáveis que influenciam o comportamento das famílias quanto à procura de electricidade e em que medida é que essa influência se exerce.

Para realizar este estudo seguiu-se uma abordagem econométrica, tendo-se estimado quatro equações de procura, resultantes de diferentes combinações entre o modelo utilizado (o modelo log-linear (80) ou o modelo translog (81)) e as variáveis utilizadas para representar o tarifário da electricidade (o preço médio ou a taxa de potência e o preço marginal). Para cada uma das quatro hipóteses, utilizou-se mais do que um método de estimação, consoante os problemas detectados (nomeadamente, a existência de autocorrelação) e ensaiaram-se vários conjuntos de variáveis explicativas, tendo em atenção os testes de significância conjunta e de cada variável individualmente.

Quanto à construção da base de dados, deparou-se com limitações de vária ordem, desde variáveis para as quais não existem observações ou, quanto muito, se têm apenas estimativas para um ou outro ano isolado, até séries cuja metodologia de construção foi sendo alterada ao longo dos anos, fazendo com que o que elas representam hoje não seja exactamente o que representavam há alguns períodos atrás.

É certo que estas limitações estatísticas não impedem o estudo sobre a procura de electricidade, devendo ser entendidas como um desafio (que tem de ser ganho) à construção de uma base de dados minimamente coerente. Ainda assim, e como não se podem inventar observações para as variáveis, nem sequer obter-se valores a partir de outros conhecidos,

com base em hipóteses demasiado simplificadoras e, até, irrealistas, as referidas limitações estatísticas acabam por condicionar o estudo, influenciando decisivamente na quantidade e no tipo de variáveis envolvidas.

Nesta linha de ideias, a base de dados que se apresenta, no ponto 3.2, e o universo que ela pretende representar não são o ideal (no sentido do que foi referido no ponto 2.3.5), mas sim o possível, dadas as limitações estatísticas existentes. É com este espírito que se deve perspectivar a base de dados seleccionada, na qual se procurou sobrepor a qualidade dos dados à quantidade, por forma a que as modelizações a partir dela efectuadas possam gerar resultados com um razoável grau de aderência à realidade.

Ainda no domínio da construção da base de dados, é de realçar a trimestralização dos consumos de electricidade pelas famílias (para os quais só se dispunham de dados anuais), o que foi efectuado com base numa modelização específica desenvolvida na literatura sobre o assunto (a este respeito veja-se o ponto 3.2.2 e o Anexo 4).

Finalmente, refira-se a estrutura do Capítulo 3:

- No presente ponto 3.1, enunciam-se os objectivos do estudo empírico e alguns dos seus principais aspectos, apresentando-se o plano do Capítulo 3.
- No ponto 3.2, explana-se o processo de construção da base de dados, desde as considerações sobre as unidades observacionais (ponto 3.2.1) até à obtenção concreta dos dados sobre cada variável (pontos 3.2.2 a 3.2.7).
- No ponto 3.3, apresentam-se os modelos que irão ser utilizados nas estimações, explicitando-se as equações a estimar.
- No ponto 3.4, procede-se à análise dos resultados.
- Por fim, no ponto 3.5, extraem-se as conclusões com base nos resultados obtidos.

## 3.2 - A CONSTRUÇÃO DA BASE DE DADOS

### 3.2.1 - OS DOMÍNIOS SECTORIAL, ESPACIAL E TEMPORAL DO ESTUDO

A escolha do sector doméstico (isto é, das famílias) para aí realizar o estudo empírico deriva, essencialmente, de dois factores:

- Em primeiro lugar, tinha-se, *a priori*, a consciência de que o tarifário da electricidade praticado pela EDP estava muito mais bem definido e explícito para os consumos domésticos do que para os consumos industriais. Na verdade, e como teve oportunidade de se confirmar *a posteriori*, o tarifário dirigido aos consumos domésticos encontra-se bem explícito e aplica-se a todos os consumidores, enquanto que o tarifário dirigido aos consumos industriais é susceptível de sofrer alterações face a acordos individuais entre a EDP e a empresa utente da electricidade, o que vem introduzir dificuldades na sua modelização, tendo sempre de se passar por um "tarifário médio" que reflectisse os tarifários resultantes dos vários acordos individuais (isto é, partindo do princípio que a EDP facultaria os dados sobre os tarifários resultantes de acordos entre ela e as empresas utentes). Neste sentido, a opção pelos consumos domésticos, com um tarifário bem definido e explícito, proporciona uma modelização muito mais aderente à realidade, o mesmo acontecendo aos resultados que a partir daí se obterão.

- Em segundo lugar, a grande maioria dos estudos sobre a procura de electricidade incidem sobre o sector das famílias (a chamada procura residencial de electricidade), o que possibilita uma certa comparação, quanto às variáveis envolvidas e aos resultados obtidos.

Quanto ao domínio espacial do estudo, ele teve de circunscrever-se ao território de Portugal Continental, pois foi esse o "denominador comum" que se conseguiu arranjar para as variáveis envolvidas. É claro que as condicionantes da procura de electricidade (nomeadamente as de ordem climática, mas também outras, como as relacionadas com o grau de urbanização) diferem de região para região e o ideal seria realizar o estudo para cada uma das regiões onde prevalecesse uma certa uniformidade dessas mesmas condicionantes (o que foi referido no ponto 2.3.5). No entanto, foi impossível encontrar, para as variáveis necessárias, dados ao nível regional, pelo que, se teve de tomar, como domínio espacial, todo o Portugal Continental.

Finalmente, refiram-se os aspectos relacionados com a vertente temporal do estudo.

Havia, desde logo, a consciência de que seria necessário utilizar dados infraanuais, o que se justificava por duas razões:

- Alguns determinantes da procura de electricidade só se fazem sentir (ou então, fazem-se sentir com mais acuidade) no curto prazo, entendendo por curto prazo o período inferior a 1 ano [a este respeito veja-se Naghshpour e Willet (1992)]. É o caso evidente da temperatura, cujo efeito sobre a procura de electricidade se faz sentir das estações mais quentes para as mais frias e não de um ano para o outro (aliás, a temperatura média anual é sensivelmente constante). Assim, para "apanhar" este efeito da temperatura sobre o consumo de electricidade teriam, obrigatoriamente, de se utilizar dados infraanuais.

- A utilização de um modelo translog (o modelo (44)) implica um significativo aumento do número de observações requeridas para a sua estimação, já que, a presença dos produtos cruzados entre as variáveis explicativas como sendo, eles próprios, variáveis explicativas, vem alargar em muito o número destas. Como é do conhecimento geral, as séries estatísticas portuguesas de base anual têm, em geral, um número não muito elevado de observações (anuais), insuficiente para estimar o modelo (44), pelo que, se tornou necessário a utilização de dados infraanuais para aumentar o número de observações.

O período infraanual escolhido foi o trimestre, no sentido de se poderem utilizar os dados das Contas Nacionais Trimestrais; publicadas pelo Instituto Nacional de Estatística (INE). Ainda assim, houve variáveis que não puderam ser observadas ao trimestre, mas sim ao mês, tendo de se fazer a necessária mudança de período, conforme de explicita nos pontos 3.2.4, 3.2.6 e 3.2.7. O maior problema, neste âmbito, residiu nos próprios consumos de electricidade para usos domésticos, apenas disponíveis em observações anuais, pelo que, a solução adoptada foi a de trimestralizar esses consumos, seguindo uma metodologia semelhante à utilizada pelo INE nas Contas Nacionais Trimestrais (veja-se o ponto 3.2.2 e o Anexo 4, onde se expõe esse processo de trimestralização).

Quanto ao período cronológico abrangido, ele teve de se limitar aos anos de 1977 a 1988, porque:

- a consideração de anos anteriores a 1977 se debate com dois problemas - as Contas Nacionais Trimestrais apresentam valores só a partir do primeiro trimestre de 1977; o actual tarifário-tipo praticado pela EDP começou a vigorar em 1977;
- a inclusão de anos posteriores a 1988 esbarra com o facto de não existirem dados definitivos publicados sobre os consumos de electricidade (efectivamente, os últimos dados definitivos sobre consumos de electricidade, na posse da DGE,



dizem respeito a 1988, encontrando-se os dados de anos posteriores ainda a serem trabalhados, estando disponíveis apenas a título provisório).

Nestas condições, o âmbito temporal do estudo circunscreve-se aos 48 trimestres decorrentes de 1977 a 1988. A possibilidade de considerar dois subperíodos dentro destes 48 trimestres - os 24 trimestres "frios" (o primeiro e o quarto trimestres de cada ano) e os 24 trimestres "quentes" (o segundo e o terceiro trimestres de cada ano) -, modelizando-se cada um deles *de per si* (garantindo uma maior homogeneidade do ponto de vista temporal, conforme se referiu em 2.3.5), tem o grave inconveniente de reduzir, para cada submodelo, o número de observações a metade, o que diminui significativamente a qualidade estatística dos resultados, podendo mesmo inviabilizar a estimação, no caso de se utilizar o modelo translog (44). Assim sendo, optou-se por abandonar esta hipótese.

A definição dos domínios sectorial, espacial e temporal do estudo permite, então, concluir que este vai incidir sobre a procura de electricidade pelas famílias residentes em Portugal Continental, abrangendo os trimestres compreendidos entre o primeiro trimestre de 1977 e o último trimestre de 1988.

A dificuldade em encontrar variáveis observadas com periodicidade trimestral, por um lado, e a utilização de um modelo translog, onde poucas variáveis dão origem a muitas variáveis explicativas, devido aos produtos cruzados entre elas, por outro lado, levaram a uma certa contenção na escolha do número de variáveis explicativas, tendo-se seleccionado:

- variáveis representativas do preço (ou melhor, do tarifário) da electricidade (veja-se o ponto 3.2.3);
- uma variável representativa do preço de uma energia alternativa - o gás (veja-se o ponto 3.2.4);
- variáveis representativas do rendimento disponível (veja-se o ponto 3.2.5);

- variáveis representativas da temperatura (veja-se o ponto 3.2.6);
- uma variável representativa do preço dos aparelhos eléctricos (veja-se o ponto 3.2.7).

Pode argumentar-se que ficaram algumas variáveis de fora do modelo, mas a dificuldade em arranjar observações trimestrais e a necessidade de não aumentar muito o número de variáveis explicativas, com o objectivo de se ficar com um número de graus de liberdade suficiente para uma estimação adequada do modelo, levaram a considerar as variáveis acima enunciadas como representativas dos principais factores explicativos da procura de electricidade.

Nos pontos seguintes do trabalho explicita-se, variável a variável, o respectivo processo de construção e a fonte dos dados originais.

### **3.2.2 - A TRIMESTRALIZAÇÃO DOS CONSUMOS DOMÉSTICOS DE ELECTRICIDADE**

Os dados sobre os consumos de energia eléctrica pelas famílias foram retirados das Estatísticas das Instalações Eléctricas (EIE), publicadas pela DGE, sendo de considerar os seguintes aspectos:

- Os consumos de energia eléctrica dizem respeito ao período de 1 ano e vêm expressos em kWh.

- As EIE só se encontram publicadas até 1984, tendo os dados entre 1985 e 1988 sido cedidos após contacto com técnicos da DGE. Como já se disse, no ponto 3.2.1, não foi possível obter dados posteriores a 1988, pelo facto de a própria DGE ainda não possuir esses dados trabalhados a título definitivo.
- Ao contrário do que seria de esperar, a EDP não é a fonte indicada para obter os consumos de electricidade pelas famílias, já que, durante o período do estudo (1977-1988), em muitas regiões a EDP não vendia directamente a electricidade aos utilizadores, mas sim a empresas locais (municipais), as quais, por sua vez, faziam a ventilação da electricidade pelos vários utilizadores. Assim, em algumas regiões do país, a EDP não tem a informação de como as suas vendas totais de electricidade foram repartidas pelos vários tipos de usos (refira-se que, no momento actual, a situação é algo diferente, já que, a EDP passou a vender a electricidade directamente aos utilizadores em praticamente todo o território do Continente). O detentor dessa informação é a DGE, através de inquéritos que realiza, quer à EDP, quer às empresas de distribuição regional de electricidade. Daí que a DGE, através das EIE, seja a fonte autorizada para a recolha dos dados sobre os consumos de electricidade pelas famílias. Estes foram obtidos somando duas rubricas presentes nas EIE (utilizaram-se as EIE referentes aos anos de 1977 a 1984 e, de 1985 a 1988, os dados ainda não publicados, cedidos por técnicos da DGE) - "Iluminação e outros usos - Domésticos" e "Cozinha e aquecimento" -, o que leva a cometer um pequeno erro, já que, na rubrica "Cozinha e aquecimento" se incluem, também, os consumos de electricidade dos utilizadores não domésticos que possuem contador autónomo para efeitos de cozinha e aquecimento. No entanto, este erro é negligenciável, segundo se apurou junto de técnicos da DGE, pelo que, a soma das duas rubricas atrás referidas pode considerar-se como representando os consumos domésticos de electricidade.

Os dados obtidos conforme acabou de se referir (e que podem ser consultados no Anexo 5) são dados anuais, o que torna necessária a sua trimestralização. A forma como essa trimestralização foi efectuada necessita de uma exposição algo extensa e formalizada, pelo que, foi remetida para o Anexo 4. Em linhas gerais, pode dizer-se que o processo de trimestralização se baseia numa relação existente entre a variável que se pretende trimestralizar e outra ou outras variáveis para as quais existem dados trimestrais. No caso presente, utilizou-se a relação entre os consumos de electricidade pelas famílias (a variável que se encontra disponível apenas em dados anuais e se pretende trimestralizar) e a temperatura ambiente (a qual se encontra disponível em dados trimestrais), uma vez que esta é a variável que explica grande parte da flutuação dos consumos de electricidade ao longo dos trimestres do ano.

Como representativa da influência da temperatura nos consumos de electricidade, e após consulta a técnicos do Instituto Nacional de Meteorologia e Geofísica (INMG), escolheu-se a média das temperaturas mínimas do ar (medida em graus celsius), tendo-se obtido dados para cada uma de onze estações climatológicas representativas do território continental: Viana do Castelo/Meadela, Porto/Serra do Pilar, Bragança, Vila Real, Coimbra/Geofísico, Castelo Branco, Lisboa, Évora, Beja, Portalegre e Faro/Aeroporto. Os dados fornecidos pelo INMG encontram-se numa base mensal, pelo que, houve a necessidade de os passar para uma base trimestral, através de uma média aritmética simples dos dados dos meses componentes de cada trimestre.

Ensaaiaram-se duas variáveis de temperatura (presentes no Anexo 5):

- uma que resultou da média aritmética simples da temperatura obtida para cada uma das onze estações climatológicas atrás referidas;
- outra que resultou da média aritmética ponderada da temperatura obtida para cada uma das onze estações climatológicas atrás referidas, tomando como ponderadores

a população dos distritos em que cada estação climatológica se insere. Como existem sete distritos do Continente não representados directamente por nenhuma estação climatológica, entendeu-se (após parecer de técnicos do INMG) que, por razões de contiguidade geográfica e climatológica, esses sete distritos excluídos à partida, poderiam ser representados por uma das onze estações climatológicas escolhidas. Assim, considerou-se o distrito de Braga representado pela estação climatológica de Viana do Castelo/Meadela, o distrito da Guarda pela estação climatológica de Castelo Branco, o distrito de Aveiro pela estação climatológica do Porto/Serra do Pilar, os distritos de Leiria, Santarém e Setúbal pela estação climatológica de Lisboa e o distrito de Viseu pela estação climatológica de Vila Real. Nestas condições, ao efectuar-se a média ponderada pela população dos distritos, houve estações climatológicas cuja média das temperaturas mínimas do ar foi ponderada pela população de mais de um distrito (por exemplo, a média das temperaturas mínimas do ar da estação climatológica de Lisboa foi ponderada pela população dos distritos de Lisboa, Leiria, Santarém e Setúbal).

A razão desta média ponderada reside no facto de se esperar que uma temperatura baixa em distritos mais populosos tenha uma influência maior sobre os consumos de electricidade, do que a mesma temperatura em distritos menos populosos.

A população de cada distrito foi retirada das Estatísticas Demográficas, publicadas pelo INE, para os anos de 1977 a 1980, e do Anuário Estatístico, igualmente publicado pelo INE, para os anos de 1981 a 1988. Nos casos em que se dispõe apenas de um valor no final do ano, supôs-se esse valor igual para os quatro trimestres do ano. Nos casos em que se dispõe de um valor a meio do ano e outro no final do ano, considerou-se que o valor do meio do ano é válido para o primeiro e o segundo trimestres do ano e que o valor do final do ano é válido para o terceiro e o quarto trimestres do ano.

Como a relação entre a temperatura e o consumo de electricidade é uma relação inversa (quanto menor for a temperatura maior é o consumo de electricidade), consideraram-se os inversos das duas variáveis de temperatura acima referidas e foram estes inversos que entraram, como variáveis explicativas, nos quatro modelos de trimestralização diferentes (com e sem as variáveis logaritimizadas; com e sem termo independente - veja-se o Anexo 4, onde se apresenta, teoricamente, o processo de trimestralização).

Em relação à variável dependente do modelo, ou seja, os consumos de electricidade pelas famílias, ensaiaram-se duas hipóteses:

- considerar esses consumos pelo seu total, fazendo variar esse total ao longo dos trimestres, em função da temperatura;
- considerar apenas 21% desses consumos, fazendo variar esses 21% ao longo dos trimestres, em função da temperatura, enquanto que os restantes 79% se dividiram uniformemente pelos quatro trimestres de cada ano. Esta segunda hipótese baseia-se num estudo efectuado pela DGE [Direcção Geral de Energia (1989)], segundo o qual só cerca de 21% dos consumos domésticos de electricidade se destinam a aquecimento ambiente ou de águas, servindo os restantes 79% para satisfazerem utilizações não directamente ligadas ao aquecimento. Assim sendo, só 21% do consumo de electricidade pelas famílias é influenciado pela temperatura, enquanto que os restantes 79% se mantêm sensivelmente constantes ao longo do ano. É certo que este estudo da DGE se fundamenta em dados de um inquérito realizado em 1988, pelo que, está-se a supor, implicitamente, que a estrutura dos consumos domésticos de electricidade (ou, pelo menos, a divisão entre consumos para aquecimento e outros) se manteve sensivelmente a mesma ao longo do período do estudo (1977-1988).

Dado que não se conhece a existência de um programa informático específico para efectuar a trimestralização das variáveis, teve de se construir um pequeno programa, no âmbito do "software" Time Series Processor (TSP), versão 4.1A para sistemas operativos do tipo VAX/VMS 4.2, o qual se apresenta nos pontos 1 e 3 do Anexo 6.

Após se terem efectuado várias regressões, foi possível chegar às seguintes conclusões:

- Os modelos com as variáveis logaritmizadas e os modelos com termo independente apresentam uma qualidade estatística inferior à dos modelos sem as variáveis logaritmizadas e sem termo independente.
- De entre os modelos sem as variáveis logaritmizadas e sem termo independente, os que apresentam melhores resultados são aqueles em que a variável explicativa é o inverso da média ponderada (pela população) da temperatura. Na verdade, a flutuação dos consumos de electricidade pelos trimestres resulta mais suave com a média ponderada da temperatura, do que com a média simples da temperatura, já que, a maioria da população se concentra no litoral, onde as temperaturas mínimas não atingem valores tão baixos como no interior.
- Em termos de qualidade estatística, não existem grandes diferenças entre os modelos com a totalidade dos consumos de electricidade e os modelos apenas com 21% desses consumos.

Nestas condições, optou-se pelo modelo sem variáveis logaritmizadas e sem termo independente, sendo a variável explicativa o inverso da média ponderada da temperatura. Quanto à variável dependente, consideraram-se ambas as hipóteses (por um lado, a totalidade dos consumos de electricidade e, por outro lado, apenas 21% desses consumos), o que foi dar origem a duas séries diferentes para os consumos trimestrais de electricidade pelas famílias: uma em que todo o consumo anual de electricidade foi ventilado pelos trimestres, em função da temperatura; outra em que apenas 21% do consumo anual de

electricidade foi ventilado pelos trimestres, em função da temperatura, enquanto que os restantes 79% foram divididos igualmente pelos quatro trimestres do ano. A escolha por uma ou por outra destas duas séries seria feita posteriormente, já no âmbito da estimação do próprio modelo da procura de electricidade. Os modelos que deram origem a estas duas séries trimestrais de consumos domésticos de electricidade e as próprias séries encontram-se no Anexo 6, onde se pode ver a significância dos modelos pelo elevado valor da estatística F-Snedecor (note-se que, em relação a estes modelos, não se construiu o indicador  $R^2$ , uma vez que eles não possuem termo independente, o que implica uma definição e interpretação deste indicador distintas das habituais).

Finalmente, nos modelos de procura de electricidade, o que se utilizou não foram os consumos trimestrais de electricidade pelas famílias, em Portugal Continental, em termos globais, mas sim por habitante servido pela rede eléctrica. A consideração dos consumos em termos globais poderia levar a conclusões erradas, uma vez que o elevado crescimento dos consumos de electricidade em termos globais, não foi só explicado por uma alteração no comportamento dos consumidores, mas também, pelo facto de a rede eléctrica passar a servir muitos mais consumidores (de 1977 a 1988, o número de habitantes abrangidos pela rede eléctrica aumentou em mais de um milhão, segundo dados da DGE). Assim, ao se considerarem os consumos de electricidade por habitante servido, está-se a expurgar o efeito da expansão da rede eléctrica e a isolar as alterações no comportamento dos consumidores. O número de habitantes servidos pela rede eléctrica foi cedido por técnicos da DGE, com valores anuais, tendo de se admitir que o valor de cada trimestre é igual ao valor do ano correspondente. O número de habitantes servidos pela rede eléctrica e as duas séries trimestrais de consumos domésticos de electricidade seleccionadas, com valores por habitante servido, encontram-se no Anexo 7.



### 3.2.3 - A REPRESENTAÇÃO DO PREÇO DA ELECTRICIDADE

No ponto 2.4.4 chegou-se à conclusão de que o preço da electricidade em Portugal deve ser representado por duas variáveis: a taxa de potência contratada, representada por TP(PC), a qual permite apreender o efeito rendimento da variação do preço; o preço marginal, representado por pmg, o qual se destina a apreender o efeito substituição presente na decisão do consumidor.

Ainda assim, considerou-se, no estudo empírico, a variável preço médio, representada por pmd, no intuito de poder confrontar dois modelos - um com a taxa de potência e o preço marginal, outro com o preço médio - e averiguar se as deduções teóricas sobre a melhor maneira de representar o tarifário da electricidade são ou não verificadas empiricamente.

As variáveis TP(PC), pmg e pmd foram construídas com base em dados cedidos pela EDP, da forma que a seguir se explicita.

No caso da taxa de potência, TP(PC), e segundo parecer de técnicos da EDP, considerou-se que os consumidores domésticos recebem a energia eléctrica em baixa tensão, nas potências contratadas de 1,1 kilovolts-ampere (kVA)<sup>25</sup>, 3,3 kVA e 6,6 kVA. Na verdade, estas três potências contratadas em baixa tensão abrangem a quase totalidade dos consumidores domésticos, sendo negligenciáveis os que contratam potências superiores. Ainda segundo parecer de técnicos da EDP, a distribuição dos consumos domésticos de electricidade por aquelas três potências contratadas, durante o período do estudo (1977-1988), foi, aproximadamente, a seguinte: 15% dos consumos domésticos de electricidade foram efectuados por consumidores com potência contratada de 1,1 kVA, 60% por consumidores com potência contratada de 3,3 kVA e 25% por consumidores com potência contratada de

---

<sup>25</sup>Tenha-se em atenção a diferença entre kWh e kVA: enquanto que o kWh mede a quantidade de electricidade, o kVA mede a diferença de potência ou de tensão instalada.

6,6 kVA. Assim sendo, a taxa de potência para cada trimestre foi calculada pela média ponderada das taxas de potência em vigor nesse trimestre (consideraram-se as taxas de potência para o caso da tarifa simples normal, dado que os restantes casos de tarifa simples, como a social e a sazonal, e as tarifas bi-horárias e tri-horárias, não têm expressão no total dos consumos domésticos), sendo os ponderadores:

- 0,15 para a taxa de potência de 1,1 kVA;
- 0,6 para a taxa de potência de 3,3 kVA;
- 0,25 para a taxa de potência de 6,6 kVA.

Para os trimestres em que vigorou mais do que um conjunto de taxas de potência (por se ter alterado o tarifário no decorrer do trimestre), a taxa de potência considerada resultou da média ponderada das taxas de potência obtidas com os vários tarifários, sendo os ponderadores o número de dias que cada tarifário esteve em vigor no trimestre em causa.

Como as taxas de potência cedidas pela EDP vinham em escudos por mês, os resultados obtidos foram multiplicados por 3, para se passar para taxas de potência em escudos por trimestre.

As taxas de potência assim calculadas englobam o adicional de 8% para o Fundo de Apoio Térmico, FAT, (incidente sobre as taxas de potência, a partir de 13 de Janeiro de 1985) e o Imposto sobre o Valor Acrescentado, IVA, à taxa de 8% (incidente sobre as taxas de potência, a partir de 1 de Janeiro de 1986).

Podem-se consultar as taxas de potência obtidas, em escudos por trimestre, no Anexo 8.

No caso do preço marginal da electricidade, considerou-se a taxa de energia (em escudos por kWh) praticada em baixa tensão para a tarifa simples normal (não se consideraram outras

tarifas, por serem negligenciáveis nos consumos domésticos, como acima se referiu, quando se explicitou a determinação da variável taxa de potência).

Para os trimestres em que vigorou mais do que um tarifário (por ter sido alterado no decorrer do trimestre), o preço marginal considerado resultou da média ponderada dos preços marginais obtidos com os vários tarifários, sendo os ponderadores o número de dias que cada tarifário esteve em vigor no trimestre em causa.

Os preços marginais assim calculados englobam: o adicional de 6%, resultante do acréscimo do preço do fuel, que vigorou de 1 de Fevereiro de 1980 a 31 de Dezembro de 1980; o adicional de 0,65 escudos por kWh, para o FAT, que vigorou de 10 de Julho de 1983 a 12 de Janeiro de 1985; o adicional de 8% para o FAT, que vigora a partir de 13 de Janeiro de 1985; o IVA, à taxa de 8%, que vigora a partir de 1 de Janeiro de 1986.

Podem-se consultar os preços marginais obtidos, em escudos por kWh, no Anexo 8.

Finalmente, o preço médio da electricidade por trimestre foi calculado tendo em conta as taxas de potência trimestrais e os preços marginais trimestrais, cuja determinação acima se explicitou, de acordo com a seguinte fórmula,

$$pmd_j = \frac{TP(PC)_j + pmg_j q_j}{q_j}, \quad j = 1, 2, \dots, 48,$$

onde o índice  $j$  indica que todas as variáveis se referem ao trimestre  $j$ . Tendo-se já explicitado a determinação de  $TP(PC)_j$  e  $pmg_j$ , resta agora o problema de qual a quantidade a considerar no cálculo do preço médio. Após consulta a técnicos da EDP, estes sugeriram que se considerasse a seguinte tipificação dos consumidores domésticos (aliás, muito utilizada em comparações internacionais):

- consumidores do tipo A, com uma potência contratada de 1,1 kVA e um consumo médio anual de 600 kWh (com um peso de 15% no total dos consumos domésticos);

- consumidores do tipo B1, com uma potência contratada de 3,3 kVA e um consumo médio anual de 1200 kWh (com um peso de 30% no total dos consumos domésticos);
- consumidores do tipo B2, com uma potência contratada de 3,3 kVA e um consumo médio anual de 1700 kWh (com um peso de 30% no total dos consumos domésticos);
- consumidores do tipo C1, com uma potência contratada de 6,6 kVA e um consumo médio anual de 3500 kWh (com um peso de 25% no total dos consumos domésticos).

Os consumos médios anuais de cada um destes tipos de consumidores foram trimestralizados, tendo-se dividido os consumos anuais pelos trimestres de acordo com a estrutura implícita na série dos consumos trimestrais de electricidade pelas famílias, em Portugal Continental, a qual foi explicitada no ponto 3.2.2 (utilizou-se a série em que apenas 21% dos consumos anuais foram ventilados pelos trimestres, em função da temperatura, tendo sido os restantes 79% divididos igualmente pelos quatro trimestres de cada ano). Assim, por exemplo, se, nesta série, se constatou que, em 1977, 26,5% dos consumos anuais ocorreram no primeiro trimestre do ano, então supôs-se que 26,5% dos 600 kWh consumidos no ano de 1977 pelo consumidor do tipo A também ocorreram no primeiro trimestre do ano.

Com os consumos médios trimestrais de electricidade de cada consumidor-tipo assim obtidos foi efectuada uma média ponderada (usando os pesos acima referidos: 15% para os consumidores do tipo A, 30% para os do tipo B1, 30% para os do tipo B2 e 25% para os do tipo C1), a qual deu as quantidades de electricidade  $q_j$  (em kWh), consumidas em cada trimestre  $j$  por um consumidor-tipo (que é uma média ponderada dos consumidores-tipo A, B1, B2 e C1), as quais foram utilizadas no cálculo do preço médio.

Podem consultar-se os preços médios obtidos, em escudos por kWh, no Anexo 8.

Uma nota final, para referir que não foi tido em conta o facto de, durante o período do estudo (1977-1988), o preço da electricidade para o consumidor final ter atingido, em algumas regiões (concelhos), níveis mais baixos do que o tarifário apresentado pela EDP. De acordo com técnicos da EDP, essas situações de excepção (que, aliás, já vieram a diminuir durante os anos de 1977 a 1988) não alterariam significativamente os resultados a nível de todo o Continente, pelo que, se optou por não as considerar na determinação das variáveis representativas do preço da electricidade (até para não tornar ainda mais "pesada" a obtenção destas).

A taxa de potência, o preço marginal e o preço médio irão ser consideradas, nos respectivos modelos, quer como variáveis de curto prazo, quer como variáveis de longo prazo, para se aferir a sensibilidade que os consumidores têm face a estas variáveis, nos diferentes horizontes temporais.

#### **3.2.4 - O PREÇO DE UMA ENERGIA ALTERNATIVA - O GÁS**

Os consumos de electricidade pelas famílias dividem-se em dois grandes grupos: os consumos para usos específicos da electricidade, isto é, usos que só podem ser satisfeitos pela electricidade (como o visionamento da televisão); os consumos para usos não específicos da electricidade, isto é, usos que podem ser satisfeitos, alternativamente, por outra forma de energia, os quais consistem, fundamentalmente, no aquecimento ambiente, no aquecimento de águas e na confecção de alimentos.

No domínio dos usos não específicos, a electricidade sofre a concorrência de outras formas de energia, das quais se destacam, segundo um estudo da DGE [Direcção Geral de Energia (1989)], a lenha e o gás (nas três formas em que este é distribuído em Portugal: gás de petróleo liquefeito - GPL - em garrafas, GPL canalizado e gás de cidade). Como grande parte dos aprovisionamentos de lenha não passa pelos circuitos comerciais tradicionais, seria difícil construir uma variável que representasse o seu preço. Assim sendo, optou-se pelo gás, como energia alternativa à electricidade a considerar nos modelos de procura de electricidade.

Para representar o preço do gás, escolheu-se o índice de preços do gás presente no Índice de Preços no Consumidor (IPC), publicado pelo INE. Ao índice de preços do gás retirado directamente do IPC (consultaram-se vários IPC entre 1977 e 1988) fizeram-se as seguintes alterações:

- previamente, houve a necessidade de passar os dados do IPC referentes a 1988 para a base de preços médios de 1976, já que, a partir de 1988, os dados do IPC passam a estar com base em preços médios de 1983, ficando, assim, toda a série a preços médios de 1976;
- como os dados do IPC são mensais, houve a necessidade de os trimestralizar, através da média aritmética simples dos valores dos meses componentes de cada trimestre;
- os dados do IPC têm a sua base em preços médios de 1976, tendo-se alterado essa base para preços do primeiro trimestre de 1977 (ou seja, deu-se o valor 100 ao índice obtido para o primeiro trimestre de 1977 e, a partir daí, ajustou-se o resto da série), por ser o primeiro período de observação do estudo.

A série assim obtida com o índice de preços do gás pode consultar-se no Anexo 9.

Tal como os preços representativos da electricidade, o índice de preços do gás vai ser considerado, quer como variável de curto prazo, quer como variável de longo prazo, para se poder concluir se a substituíbilidade da electricidade pelo gás é, predominantemente, um efeito de curto ou de longo prazo.

### 3.2.5 - O RENDIMENTO DISPONÍVEL

Há a percepção de que o consumo de electricidade pelas famílias deve depender do seu rendimento disponível, na medida em que este condiciona, não só a despesa em electricidade propriamente dita, como também, a aquisição de aparelhos consumidores de electricidade. Assim sendo, procurou obter-se o rendimento disponível das famílias trimestralizado, o que não se conseguiu, uma vez que as Contas Nacionais Trimestrais, publicadas pelo INE, só abrangem os agregados fundamentais da Despesa.

Não se colocou a hipótese de trimestralizar os valores anuais do rendimento disponível das famílias, tal como se tinha feito para os consumos de electricidade pelas famílias, já que, aquela trimestralização se afigura muito mais delicada do que esta, nomeadamente, no caso da escolha de variáveis observáveis trimestralmente que mostrem poder explicativo sobre o rendimento disponível. Nestas condições, optou-se por aproveitar as Contas Nacionais Trimestrais, para de lá se retirarem duas *proxies* do rendimento disponível das famílias: o Consumo Privado (como é sabido, o rendimento disponível é igual ao consumo privado mais a poupança) e o Produto Interno Bruto a preços de mercado ( $PIB_{pm}$ ).

Ambas as variáveis foram retiradas a preços constantes de 1990 (devem ser considerados os preços constantes e não os preços correntes, porque a variável dependente - os consumos de

electricidade - vem expressa em volume e porque a evolução dos preços irá ser apreendida pelas diversas variáveis de preço presentes no modelo), tendo-se passado essa base para o primeiro trimestre de 1977 (pelo método habitual de mudança de base de uma série cronológica de dados, dado que se possui igual série a preços correntes), por ser o primeiro período de observação do estudo.

Como os consumos de electricidade se consideram em termos per capita, também as variáveis Consumo Privado e PIB<sub>pm</sub>, a preços constantes do primeiro trimestre de 1977, foram calculadas per capita, utilizando-se, como denominador, a população residente no Continente.

A população foi retirada das Estatísticas Demográficas, publicadas pelo INE, para os anos de 1977 a 1980, e do Anuário Estatístico, igualmente publicado pelo INE, para os anos de 1981 a 1988. Nos casos em que se dispõe de um único valor para o ano, considerou-se esse mesmo valor idêntico para os quatro trimestres do ano; nos casos em que se dispõe de um valor a meio do ano e outro no fim do ano, considerou-se que o valor do meio do ano se repetia no primeiro e no segundo trimestres desse ano e que o valor do fim do ano era igual para o terceiro e quarto trimestres desse ano.

As duas *proxies* do rendimento disponível assim obtidas encontram-se no Anexo 10, sendo a selecção da melhor feita *a posteriori*, no âmbito dos modelos de procura de electricidade.

Ambas as *proxies* do rendimento disponível irão ser consideradas, quer como variáveis de curto prazo, quer como variáveis de longo prazo, uma vez que elas condicionam o consumo de electricidade, não só directa, como também, indirectamente, através da influência sobre a aquisição de aparelhos eléctricos.



### **3.2.6 - A TEMPERATURA**

A temperatura é uma variável decisiva na explicação das variações nos consumos domésticos de electricidade, dos trimestres "quentes" para os trimestres "frios". Daí que seja uma variável obrigatória de constar nos modelos de procura de electricidade.

A forma como se construíram duas variáveis de temperatura foi já explicitada no ponto 3.2.2, onde se discutiu a trimestralização dos consumos domésticos de electricidade (relembre-se que a temperatura, ou melhor, o inverso da temperatura, foi a variável utilizada para efectuar a trimestralização). Nesse mesmo ponto 3.2.2 foi possível concluir, após se terem efectuado as várias regressões de trimestralização, que, das duas variáveis de temperatura construídas, a que tinha um maior poder explicativo era a que resultava da média aritmética ponderada (pela população) da média das temperaturas mínimas de cada uma das onze estações climatológicas consideradas. Foi, então, esta a variável de temperatura que se seleccionou para introduzir nos modelos de procura de electricidade, a qual se pode consultar no Anexo 5 (note-se que, no processo de trimestralização dos consumos de electricidade, a variável explicativa não foi a temperatura, mas sim o inverso da temperatura, enquanto que, nos modelos de procura de electricidade, a variável a introduzir é directamente a temperatura e não o seu inverso).

A incidência da temperatura sobre os consumos domésticos de electricidade é uma incidência de curto prazo (de estação para estação), pelo que, a variável representativa da temperatura se incluiu nos modelos de procura de electricidade apenas como variável de curto prazo.

### **3.2.7 - O PREÇO DOS APARELHOS ELÉCTRICOS E NÃO ELÉCTRICOS**

O consumo de electricidade e de outras formas de energia faz-se através de aparelhos que utilizam essas formas de energia. Assim sendo, seria interessante dispôr de uma série com a relação entre os preços dos aparelhos eléctricos e os preços dos aparelhos não eléctricos que se destinassem a satisfazer usos concorrenciais aos dos aparelhos eléctricos (aquecedores não eléctricos, esquentadores a gás, fogões a gás, etc.), por forma a apreender eventuais substituíbilidades entre diferentes formas de energia.

Foi impossível encontrar uma série trimestral com as características atrás citadas e o melhor que se conseguiu arranjar foi uma série, retirada do IPC, com o índice de preços dos electrodomésticos e aparelhos de aquecimento. Note-se que esta série agrega os preços dos aparelhos eléctricos e não eléctricos, não permitindo fazer o confronto entre estes, pelo que, em vez de medir uma certa substituíbilidade entre a electricidade e outras formas de energia, o que esta série permite apreender é a reacção do consumidor à evolução dos preços dos aparelhos eléctricos e não eléctricos de aquecimento, no seu conjunto. Apenas no ano de 1988 esta série do IPC se subdivide em duas - por um lado, electrodomésticos e, por outro lado, aparelhos não eléctricos -, o que é manifestamente insuficiente, já que, 1988 é o último ano do estudo.

Ao índice de preços dos electrodomésticos e aparelhos de aquecimento retirado directamente do IPC (consultaram-se vários IPC entre 1977 e 1988) deu-se tratamento idêntico ao efectuado com o índice de preços do gás (veja-se o ponto 3.2.4).

A série assim obtida com o índice de preços dos aparelhos eléctricos e não eléctricos pode consultar-se no Anexo 11.

Como o *stock* de equipamentos influencia a procura de electricidade no longo prazo, através do seu processo de ajustamento, o índice de preços dos aparelhos eléctricos e não eléctricos vai ser considerado uma variável de longo prazo.

### 3.3 - A ESTIMAÇÃO DOS MODELOS DE PROCURA DE ELECTRICIDADE

O modelo genérico de procura de electricidade, apresentado em (17), levanta algumas questões prévias quanto à sua estimação.

O primeiro aspecto a focar tem a ver com a presença de duas equações no modelo (17) - a equação (4), da procura de electricidade propriamente dita e a equação (16), do processo de ajustamento do *stock* de aparelhos eléctricos - o que levará a pensar num modelo de equações simultâneas. No entanto, repare-se que a variável dependente de (16) é o *stock* de aparelhos eléctricos,  $s_t$ , o qual é, também, uma variável explicativa de (4), logo, atendendo à já referida insuficiência de dados sobre o *stock*, o mais usual será substituir (16) em (4), ficando o modelo apenas com uma equação e desaparecendo a variável  $s_t$ . Assim, a opção por um modelo com uma ou duas equações (e, conseqüentemente, a opção por diferentes métodos de estimação) vai depender da disponibilidade de dados sobre o *stock*.

Como não existe, no caso português, uma série de dados sobre o *stock* de equipamentos eléctricos das famílias, vai optar-se por reduzir as duas equações do modelo (17) a uma só.

Independentemente de se considerar o modelo com uma ou duas equações, dois problemas se vão colocar à sua estimação.

O primeiro, tem a ver com as variáveis representativas do preço da electricidade que vão ser incluídas como variáveis explicativas. A utilização das variáveis RSP e PMG, definidas no ponto 2.3.3 do trabalho, tem o problema de estas dependerem da quantidade de electricidade consumida  $q$ , a qual, por sua vez, também depende delas (aliás, a quantidade de electricidade

consumida é a variável dependente do modelo). Esta determinação simultânea entre as variáveis  $q$ , por um lado, e RSP e PMG, por outro lado (já discutida em 2.3.3), origina uma correlação contemporânea entre as duas últimas (que são variáveis explicativas) e a variável residual que vier a ser introduzida na equação (4), para efeitos de estimação. Daqui resultam problemas de estimação que poderão ser ultrapassados pela utilização de variáveis instrumentais, parecendo razoável escolher como instrumentos para as variáveis RSP e PMG, as próprias variáveis RSP e PMG, mas definidas exclusivamente com base na estrutura de tarifas, sem necessidade de se saber qual a quantidade consumida de electricidade (veja-se esta redefinição das variáveis RSP e PMG em (25) e (26), e a discussão envolvente, no final do ponto 2.3.3). No entanto, no caso português, este problema não se coloca porque as variáveis escolhidas para representar o preço da electricidade - a taxa de potência e o preço marginal - não dependem das quantidades consumidas de electricidade (veja-se a discussão sobre a representação do preço da electricidade no caso português, no ponto 2.4.4). Mesmo quando é escolhido, para efeitos de comparação, o preço médio como representante do tarifário da electricidade, este é calculado com base em quantidades-tipo previamente definidas, não existindo determinação simultânea de preços e quantidades (veja-se a determinação do preço médio da electricidade, no caso português, no ponto 3.2.3).

O segundo problema tem a ver com a presença da constante de ajustamento  $\lambda$  no modelo (17). Para estimar o modelo torna-se necessário obter uma estimativa de  $\lambda$ , o que se poderá efectuar fora do modelo (caso haja algum conhecimento *a priori*) ou dentro do próprio modelo, realizando algumas estimações prévias, para o que existem diversos métodos. No caso do presente estudo empírico, poder-se-ia combinar um método de optimização com a estimação econométrica para obter o valor de  $\lambda$ , o que tornaria a estimação não linear. Outra alternativa, mais simples, mas com o mesmo efeito, é a de aproveitar o facto de  $0 \leq \lambda \leq 1$ , para pesquisar o valor de  $\lambda$  segundo o método sugerido por Hildreth-Lu (no âmbito da correcção da autocorrelação): numa primeira fase, começa-se por fazer,  $\lambda = 0$ ,  $\lambda = 0,1$ , ...,  $\lambda = 0,9$ ,  $\lambda = 1$ , e ajustam-se 11 regressões, uma para cada valor de  $\lambda$ , escolhendo-se o valor

de  $\lambda$  que minimiza o somatório dos quadrados dos resíduos; numa segunda fase, e supondo que, na primeira, o valor de  $\lambda$  que minimiza o somatório dos quadrados dos resíduos é  $\lambda = 0,3$ , faz-se,  $\lambda = 0,25$ ,  $\lambda = 0,26$ , ...,  $\lambda = 0,34$ ,  $\lambda = 0,35$ , e ajustam-se 11 regressões, uma para cada valor de  $\lambda$ , escolhendo-se o valor de  $\lambda$  que minimiza o somatório dos quadrados dos resíduos; o método pode prolongar-se por mais fases, dependendo da precisão que se desejar para  $\lambda$  (às décimas, às centésimas, às milésimas, ...). Optou-se por esta última alternativa.

Finalmente, refira-se a introdução de variáveis aleatórias residuais no modelo. O mais usual é introduzir (para efeitos de estimação) variáveis aleatórias residuais de uma forma aditiva no modelo (17) (em ambas as equações ou numa equação, caso o modelo se reduza para uma só equação). Se esta for a via seguida, então a situação pode interpretar-se da seguinte maneira: o modelo de procura de electricidade (17), deduzido teoricamente, reflecte um comportamento racional dos agentes económicos, o que, na prática, não acontece exactamente, havendo desvios a esse comportamento racional de procura, os quais são representados pela adição de variáveis aleatórias residuais às equações do modelo. Outra hipótese seria a de pressupor a aleatoriedade, não no comportamento racional de procura dos agentes económicos, mas antes no processo de ajustamento do *stock*. Neste caso, a variável residual seria introduzida no mecanismo de ajustamento parcial generalizado (13) e daí seria difundida para todo o modelo. O inconveniente deste método é o de tornar ainda mais "pesadas" as expressões analíticas deduzidas no âmbito do modelo (17), para além de que as hipóteses iniciais colocadas sobre a variável residual (em relação às suas média e variância) poderão não se manter para a variável residual deduzida para a equação da procura, pelo que, a opção acaba, quase sempre, por recair na solução apresentada em primeiro lugar, o que foi feito no presente estudo empírico.

No ponto 2.4.1 concretizou-se o modelo genérico de procura de electricidade (17), deduzindo-se dois modelos de procura de electricidade: o modelo log-linear (41) e o modelo

translog (44). Cada um desses modelos apresenta duas equações: uma que representa a procura de electricidade, outra que explica a evolução do *stock* de aparelhos eléctricos. Para efeitos de estimação (e na linha do que se referiu no início deste ponto do trabalho, dada a ausência de dados sobre o *stock* de aparelhos eléctricos) essas duas equações vão ser reduzidas a uma só, por substituição da equação do *stock* de aparelhos eléctricos na equação da procura de electricidade.

Vai efectuar-se essa substituição, começando pelo modelo log-linear, que aqui se recorda,

$$\begin{cases} \ln q_t = \ln \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln x_{ti} + \ln s_t \\ \ln s_t = \ln \beta_0 + \ln \frac{s_0}{\beta_0} (1 - \lambda)^t + \lambda \sum_{j=1}^m \beta_j \ln y_{tj}(\lambda) \end{cases}$$

Então, substituindo a segunda equação na primeira, fica,

$$\begin{aligned} \ln q_t &= \ln \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln x_{ti} + \ln \beta_0 + \ln \frac{s_0}{\beta_0} (1 - \lambda)^t + \lambda \sum_{j=1}^m \beta_j \ln y_{tj}(\lambda) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \ln q_t &= (\ln \alpha_0 + \ln \beta_0) + \ln \frac{s_0}{\beta_0} (1 - \lambda)^t + \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln x_{ti} + \sum_{j=1}^m (\lambda \beta_j) \ln y_{tj}(\lambda) . \end{aligned}$$

Fazendo,  $\ln \alpha_0 + \ln \beta_0 = \alpha^*$ ,  $\ln \frac{s_0}{\beta_0} = \beta^*$  e  $\lambda \beta_j = \beta_j^*$ , fica,

$$\ln q_t = \alpha^* + \beta^*(1 - \lambda)^t + \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln x_{ti} + \sum_{j=1}^m \beta_j^* \ln y_{tj}(\lambda) .$$

A esta equação vai juntar-se, aditivamente, uma variável aleatória residual,  $\varepsilon_t$ , para efeitos de estimação,

$$\ln q_t = \alpha^* + \beta^*(1 - \lambda)^t + \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln x_{ti} + \sum_{j=1}^m \beta_j^* \ln y_{tj}(\lambda) + \varepsilon_t . \quad (80)$$

Vai partir-se do princípio habitual de que a variável residual  $\varepsilon_t$  é "bem comportada", tendo uma distribuição normal de média nula e variância  $\sigma^2$ , isto é,  $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ . Supõem-se,

ainda, válidas as restantes hipóteses do modelo clássico de regressão linear múltipla, pelo que, a estimação de (80) pode ser efectuada pelo método dos mínimos quadrados ordinários. É claro que, se após a estimação for detectado algum desvio às hipóteses do modelo clássico de regressão linear múltipla, como, por exemplo, existência de autocorrelação, heteroscedasticidade ou multicolinearidade, esse desvio será corrigido, reestimando-se o modelo pelo método mais conveniente.

Repare-se que, para cada valor de  $\lambda$  o valor das variáveis de longo prazo é diferente, pois ele depende de  $\lambda$ , o que se pode comprovar pela seguinte expressão,

$$\ln y_{tj}(\lambda) = \sum_{\tau=0}^{t-1} (1 - \lambda)^{\tau} \ln y_{t-\tau,j}.$$

Assim, cada vez que se faz uma regressão com um novo valor de  $\lambda$  (relembre-se que, para determinar um valor final para  $\lambda$ , têm de se ajustar várias regressões, com diferentes valores de  $\lambda$ , escolhendo-se a que der o menor somatório dos quadrados dos resíduos), têm de se actualizar todas as variáveis de longo prazo para esse valor de  $\lambda$  e, ainda, a variável temporal  $(1 - \lambda)^t$ .

Passando, agora, ao modelo translog, que abaixo se recorda,

$$\begin{cases} \ln q_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln x_{ti} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \alpha_{ik} \ln x_{ti} \ln x_{tk} + \ln s_t \\ \ln s_t = \beta_0 + (\ln s_0 - \beta_0)(1 - \lambda)^t + \lambda \sum_{j=1}^m \beta_j \ln y_{tj}(\lambda) + \frac{\lambda}{2} \sum_{j=1}^m \sum_{p=1}^m \beta_{jp} \ln y_{tj}(\lambda) \ln y_{tp}(\lambda) \end{cases},$$

vai deduzir-se a respectiva equação estimável. Dado que essa dedução é bem mais extensa do que a referente ao modelo log-linear, ela foi remetida para o Anexo 12, apresentando-se aqui apenas o resultado final,

$$\ln q_t = \alpha^{**} + \beta^{**}(1 - \lambda)^t + \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln x_{ti} + \sum_{i=1}^n \alpha_{ii}^* (\ln x_{ti})^2 + \sum_{k=2}^n \alpha_{1k} \ln x_{t1} \ln x_{tk} +$$



$$\begin{aligned}
& + \sum_{k=3}^n \alpha_{2k} \ln x_{t2} \ln x_{tk} + \dots + \sum_{k=n-1}^n \alpha_{n-2,k} \ln x_{t,n-2} \ln x_{tk} + \alpha_{n-1,n} \ln x_{t,n-1} \ln x_{tn} + \\
& + \sum_{j=1}^m \beta_j^* \ln y_{tj}(\lambda) + \sum_{j=1}^m \beta_{jj}^* [\ln y_{tj}(\lambda)]^2 + \sum_{p=2}^m \beta_{1p}^* \ln y_{t1} \ln y_{tp}(\lambda) + \\
& + \sum_{p=3}^m \beta_{2p}^* \ln y_{t2} \ln y_{tp}(\lambda) + \dots + \sum_{p=m-1}^m \beta_{m-2,p}^* \ln y_{t,m-2} \ln y_{tp}(\lambda) + \\
& + \beta_{m-1,m}^* \ln y_{t,m-1} \ln y_{tm}(\lambda) + \epsilon_t.
\end{aligned} \tag{81}$$

O que atrás se disse, no contexto do modelo log-linear, sobre as hipóteses de comportamento da variável residual  $\epsilon_t$ , sobre o processo de estimação e sobre a actualização das variáveis de longo prazo e da variável temporal  $(1 - \lambda)^t$  para cada valor de  $\lambda$ , mantém-se válido no contexto do modelo translog.

Para ambos os modelos, o período de estimação decorre do primeiro trimestre de 1977 ao último trimestre de 1988 (como já se tinha referido em 3.2.1), pelo que,  $t = 1, 2, \dots, 48$ , quer em (80), quer em (81).

Quanto às variáveis envolvidas, e resumindo o que foi dito nos pontos 3.2.2 a 3.2.7, tem-se:

- 1 variável dependente, que é o "consumo trimestral de electricidade pelas famílias, em Portugal Continental, em kWh por habitante servido". Relembre-se que existem duas alternativas para esta variável (das quais uma irá ser seleccionada durante o processo de estimação): uma, onde a totalidade dos consumos anuais de electricidade foi ventilada pelos trimestres em função da temperatura; outra, onde apenas 21% desses consumos anuais foram ventilados pelos trimestres em função da temperatura, tendo os restantes 79% sido divididos igualmente pelos quatro trimestres de cada ano.

- 6 variáveis explicativas de curto prazo: "a taxa de potência, em escudos por trimestre", o "preço marginal da electricidade, em escudos por kWh", o "preço médio da electricidade, em escudos por kWh", um "índice de preços do gás, com base em preços do primeiro trimestre de 1977", uma *proxy* do "rendimento disponível do Continente, por habitante residente, a preços constantes do primeiro trimestre de 1977, em escudos" e uma variável representativa da "temperatura, em graus celsius".

Em relação a estas 6 variáveis explicativas de curto prazo, diga-se que elas nunca estão todas presentes num mesmo modelo, porque, na representação do preço da electricidade, ou se opta pela taxa de potência e preço marginal (caso em que o modelo fica com 5 variáveis explicativas de curto prazo, isto é,  $n = 5$ ), ou então, pelo preço médio (caso em que o modelo fica com 4 variáveis de curto prazo, isto é,  $n = 4$ ).

Relembre-se, ainda, que existem duas alternativas para a *proxy* do rendimento disponível (das quais uma irá ser seleccionada durante o processo de estimação): uma é o consumo privado *per capita*, a preços constantes do primeiro trimestre de 1977; outra é o PIB<sub>pm</sub> *per capita*, a preços constantes do primeiro trimestre de 1977.

- 6 variáveis explicativas de longo prazo: "a taxa de potência, em escudos por trimestre", o "preço marginal da electricidade, em escudos por kWh", o "preço médio da electricidade, em escudos por kWh", um "índice de preços do gás, com base em preços do primeiro trimestre de 1977", um "índice de preços dos aparelhos eléctricos e não eléctricos, com base em preços do primeiro trimestre de 1977" e uma *proxy* do "rendimento disponível do Continente, por habitante residente, a preços constantes do primeiro trimestre de 1977, em escudos".

Repare-se que, destas 6 variáveis explicativas de longo prazo, 5 são também de curto prazo.

Quanto ao número de variáveis de longo prazo presentes nos modelos, é válido o que se disse para as variáveis de curto prazo: ou se considera a taxa de potência e o preço marginal (caso em que o modelo fica com 5 variáveis de longo prazo, isto é,  $m = 5$ ), ou se considera o preço médio (caso em que o modelo fica com 4 variáveis de longo prazo, isto é,  $m = 4$ ).

Também aqui, no longo prazo, se mantêm as duas alternativas para a *proxy* do rendimento disponível, acima referidas.

- Para além destas variáveis, os modelos ainda incorporam uma variável temporal, dada por  $(1 - \lambda)^t$ , e um termo independente (veja-se (80) e (81)).

Todas as estimações (em número bastante elevado, dado que se tiveram de explorar todas as combinações possíveis entre: as duas alternativas para a variável dependente, as duas alternativas para a *proxy* do rendimento disponível, as duas alternativas para a representação do preço da electricidade - taxa de potência e preço marginal *versus* preço médio -, a pesquisa do melhor valor para a constante de ajustamento  $\lambda$  e as duas alternativas para o próprio modelo - log-linear ou translog) foram efectuadas no *software* TSP, versão 4.1A para sistemas operativos VAX/VMS 4.2.

### 3.4 - ANÁLISE DOS RESULTADOS

Em relação a duas das variáveis envolvidas na estimação do modelo - a variável dependente (os consumos trimestrais de electricidade pelas famílias, em Portugal Continental, em kWh por habitante servido) e o rendimento disponível *per capita* - havia duas alternativas, das quais uma teria de ser seleccionada:

- quanto aos consumos trimestrais de electricidade, teria de se optar entre aqueles cuja trimestralização se efectuou pela ventilação da totalidade dos consumos anuais pelos trimestres, em função da temperatura, e aqueles cuja trimestralização se efectuou pela ventilação de apenas 21% dos consumos anuais pelos trimestres, em função da temperatura, tendo os restantes 79% sido divididos igualmente pelos quatro trimestres de cada ano;
- quanto ao rendimento disponível *per capita*, teria de se optar entre duas *proxies*, uma dada pelo consumo privado *per capita*, a preços constantes do primeiro trimestre de 1977 (em escudos), outra dada pelo PIB<sub>pm</sub> *per capita*, a preços constantes do primeiro trimestre de 1977 (em escudos).

Em todas as estimações efectuadas, englobando o modelo log-linear ou o modelo translog, a representação do preço da electricidade pela taxa de potência e preço marginal ou pelo preço médio e os diversos valores da constante de ajustamento  $\lambda$ , chegou-se à conclusão de que os resultados estatísticos (validade global do modelo, com o teste da F-Snedecor; não nulidade de cada coeficiente, com o teste da t-Student; coeficiente de determinação) eram melhores quando se optava:

- pelos consumos trimestrais de electricidade cuja trimestralização se efectuou pela ventilação de apenas 21% dos consumos anuais pelos trimestres, tendo os restantes 79% sido divididos igualmente pelos quatro trimestres de cada ano (o que não é de estranhar, se se atender ao já referido estudo da DGE [Direcção Geral de Energia (1989)], segundo o qual só cerca de 21% dos consumos domésticos de electricidade é que se destinam a aquecimento ambiente ou de águas, servindo os restantes 79% para satisfazerem utilizações com um padrão sensivelmente constante ao longo do ano);
- e pelo consumo privado *per capita*, a preços constantes do primeiro trimestre de 1977, em escudos (o que também não é de estranhar, atendendo à forte relação entre o rendimento disponível e o consumo privado).

Assim, escolheram-se estas alternativas para as variáveis em causa, pelo que, daqui por diante, quando se falar em consumos trimestrais de electricidade e em rendimento disponível, essas variáveis têm o significado que lhes foi dado nos dois últimos parágrafos.

Quanto à representação do preço da electricidade, havia que testar duas hipóteses: por um lado, a taxa de potência e o preço marginal; por outro lado, o preço médio.

#### A) MODELO LOG-LINEAR COM O PREÇO MÉDIO

Em primeiro lugar, estimou-se o modelo log-linear (80), com as seguintes variáveis:

- de curto prazo - preço médio, índice de preços do gás, rendimento disponível e temperatura;

- de longo prazo - preço médio, índice de preços do gás, índice de preços dos aparelhos eléctricos e não eléctricos e rendimento disponível.

As várias estimações efectuadas permitiram concluir que não são estatisticamente diferentes de zero (fazendo o habitual teste de significância com a t-Student, para um nível de confiança de 90%):

- a curto prazo, os coeficientes do preço médio e do índice de preços do gás;
- a longo prazo, os coeficientes do preço médio e do índice de preços dos aparelhos eléctricos e não eléctricos.

A surpresa reside no facto de o preço médio não ser significativo na explicação da procura de electricidade, quer a curto, quer a longo prazos (em algumas estimações, o coeficiente do preço médio, sendo sempre não significativo, chegou a assumir valores positivos, ou seja, de sinal contrário ao esperado). Se, por um lado, a surpresa não é muito grande, pois do que se tinha dito nos pontos 2.3.3 e 2.4.4, era de prever que o preço médio não representasse bem a estrutura tarifária da electricidade, por outro lado, não é menos verdade que, ainda assim, se esperava que o preço médio apresentasse algum poder explicativo da procura de electricidade.

Refira-se que, em todas as estimações, foi detectada a existência de autocorrelação positiva de primeira ordem, a qual foi facilmente corrigida, reestimando-se o modelo pelo método de Cochrane-Orcutt.

Nestas condições, o melhor ajustamento conseguido com o modelo log-linear e a opção preço médio é o que se apresenta no Anexo 14 (antes de se consultarem os Anexos 14, 15, 16 e 17, deve consultar-se o Anexo 13, onde se identificam as designações atribuídas às variáveis para efeitos de estimação), incluindo as seguintes variáveis:

- termo constante;

- variável temporal  $(1 - \lambda)^t$ ;
- variáveis de curto prazo - rendimento disponível e temperatura;
- variáveis de longo prazo - índice de preços do gás e rendimento disponível.

Em termos da qualidade estatística deste modelo, há a realçar (em relação à segunda equação do Anexo 14, ou seja, a estimada pelo método de Cochrane-Orcutt, portanto corrigida da autocorrelação):

- o elevado valor da estatística F-Snedecor que, no teste à nulidade conjunta dos parâmetros da equação, leva a rejeitar essa nulidade, mesmo a um nível de confiança de 99% (a região de rejeição da nulidade conjunta dos parâmetros, a 99% de confiança, é  $[9,29 ; +\infty[$ );
- os valores das estatísticas t-Student, que permitem afirmar que todos os coeficientes são estatisticamente diferentes de zero, com um nível de confiança de 90% (a região de rejeição da nulidade de cada parâmetro, a 90% de confiança, é,  $]-\infty ; -1,684] \cup [1,684 ; +\infty[$ );
- o coeficiente de determinação ( $R^2$ ), no valor de 84,5%, proporcionando um razoável ajustamento entre os valores estimados e os verdadeiros valores da variável dependente (veja-se a Figura 19 na página seguinte);
- o valor da estatística de Durbin-Watson, muito perto de 2, caindo na zona de inexistência de autocorrelação, o que comprova a eficácia do método de Cochrane-Orcutt na correcção desta;
- o elevado valor do determinante da matrix  $X^T X$ , onde X é a matriz com as observações das variáveis explicativas, o qual leva a aceitar a hipótese de não existência de multicolinearidade.

CONSUMO RESIDENCIAL *PER CAPITA* DE ELECTRICIDADE EM kWh - VALORES REAIS E  
VALORES ESTIMADOS PELO MODELO LOG-LINEAR COM PREÇO MÉDIO

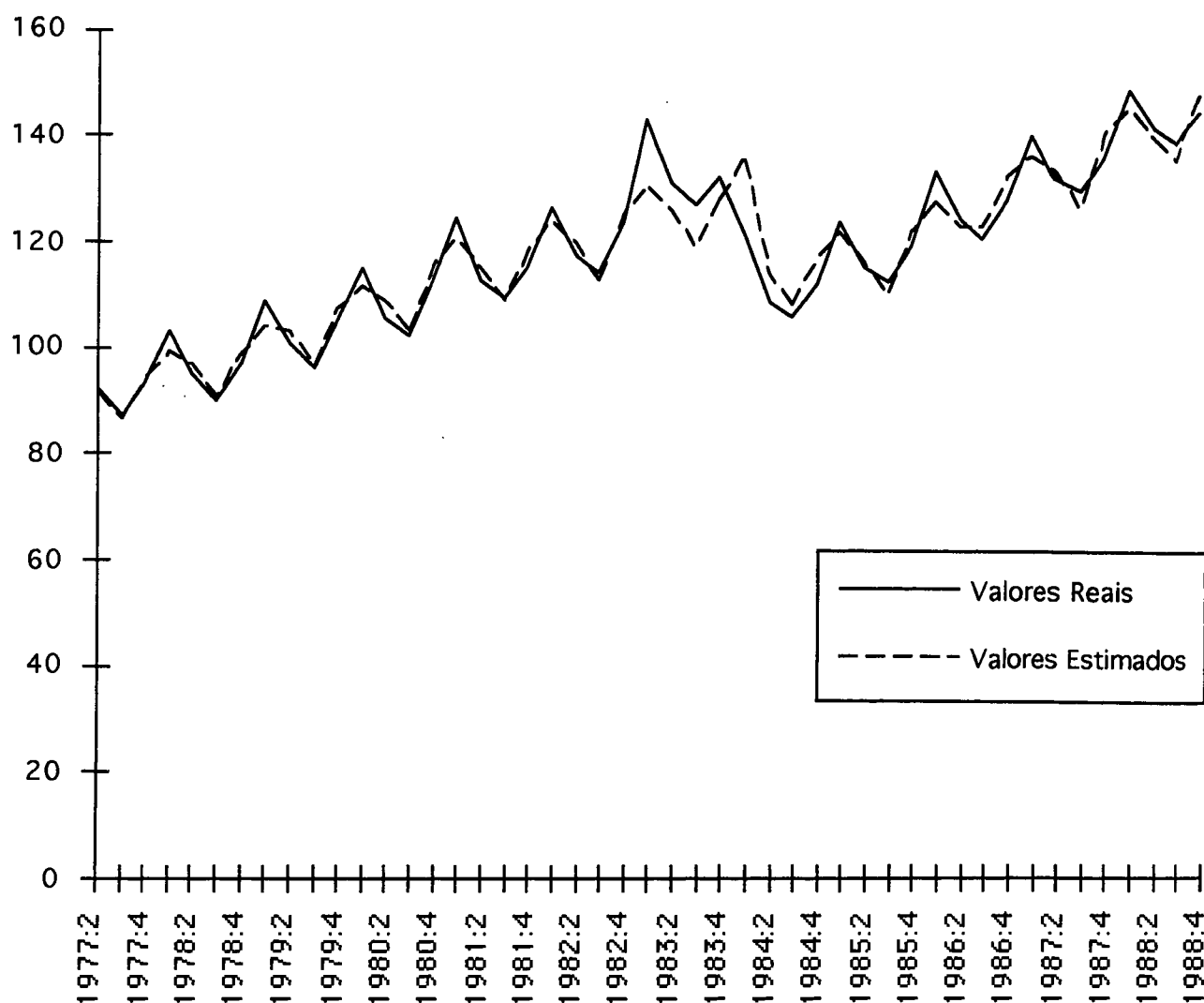


FIGURA 19

O valor da constante de ajustamento  $\lambda$  acabou por se fixar em  $\lambda = 0,05$ , ou seja, por cada unidade desejada de variação do logaritmo do *stock* de aparelhos eléctricos (tem de se considerar o logaritmo do *stock*, porque a função  $\phi$  presente em (13), na definição de  $\lambda$ , foi considerada como sendo a função logarítmica, no modelo log-linear - veja-se (40)), a



variação efectiva foi de apenas 0,05 unidades, no trimestre em causa, pelo que, pressupondo a estabilidade do *stock* desejado, este demoraria  $1/0,05 = 20$  trimestres a ser atingido (isto é, 5 anos).

Um único parâmetro apresenta sinal contrário ao esperado - o coeficiente do índice de preços do gás, que se esperaria ser positivo, dada a substituíbilidade entre a electricidade e o gás, mas que, no entanto, aparece negativo. Talvez a explicação esteja em que, durante o período do estudo (1977-1988), o preço da electricidade e o preço do gás (ambos fixados administrativamente) tiveram uma evolução semelhante e condicionada à evolução dos preços do petróleo (não se esqueça que grande parte da electricidade é produzida em centrais termoeléctricas a fuel e que a generalidade do gás comercializado em Portugal é gás de petróleo liquefeito, logo um derivado do petróleo), o que anula o incentivo à substituíbilidade entre os dois bens por via do efeito preço.

Quanto às elasticidades, estas foram calculadas de acordo com as fórmulas (45), (49), (50), (51) e (52), podendo ser consultadas nos Quadros 6 e 7 (páginas 162 e 163, respectivamente), onde o principal factor a destacar é a sua rigidez. Na verdade, apenas a elasticidade de longo prazo do rendimento disponível e, consequentemente, a elasticidade total de longo prazo da mesma variável, ultrapassam a unidade (com os valores de 1,040 e 1,573, respectivamente). Assim, o rendimento disponível parece ser a variável com maior sensibilidade na explicação da procura de electricidade, nomeadamente no longo prazo, o que não é de estranhar, pois tinha-se a ideia de que o rendimento disponível afecta o consumo de electricidade, não tanto directamente, mas mais através do *stock* de aparelhos eléctricos que ele permite adquirir.

## QUADRO 6

ELASTICIDADES CALCULADAS A PARTIR DOS RESULTADOS DAS ESTIMAÇÕES

		MODELO LOG-LINEAR COM PREÇO MÉDIO ( $\lambda = 0,05$ ; $R^2 = 84,5\%$ )		MODELO TRANSLOG COM PREÇO MÉDIO ( $\lambda = 0,15$ ; $R^2 = 88,1\%$ )		MODELO LOG-LINEAR COM TAXA DE POTÊNCIA E PREÇO MARGINAL ( $\lambda = 0,09$ ; $R^2 = 93,0\%$ )		MODELO TRANSLOG COM TAXA DE POTÊNCIA E PREÇO MARGINAL ( $\lambda = 0,1$ ; $R^2 = 95,8\%$ )	
		Curto prazo	Longo prazo	Curto prazo	Longo prazo	Curto prazo	Longo prazo	Curto prazo	Longo prazo
VARIÁVEIS DE CURTO PRAZO	Taxa de potência	-	-	-	-	-0,164	-	-0,484	-
	Preço marginal	-	-	-	-	-	-	-0,035	-
	Preço médio	-	-	-	-	-	-	-	-
	Índice de preços do gás	-	-	-	-	-	-	-	-
	Rendimento disponível	0,533	-	-	-	-	-	-	-
	Temperatura	-0,154	-	-0,150	-	-0,159	-	-0,298	-
VARIÁVEIS DE LONGO PRAZO	Taxa de potência	-	-	-	-	0,305	3,389	-0,073	-0,730
	Preço marginal	-	-	-	-	-0,077	-0,856	-0,136	-1,360
	Preço médio	-	-	-0,009	-0,060	-	-	-	-
	Índice de preços do gás	-0,009	-0,180	0,032	0,213	-0,069	-0,767	-	-
	Índice de preços dos aparelhos eléctricos e não eléctricos	-	-	-0,573	-3,820	-0,263	-2,922	-0,258	-2,580
	Rendimento disponível	0,052	1,040	0,287	1,913	-	-	0,062	0,620

Nota: - no caso dos modelos translog, as elasticidades apresentadas foram calculadas para a média dos valores assumidos pelas variáveis explicativas.

## QUADRO 7

ELASTICIDADES TOTAIS CALCULADAS A PARTIR DOS RESULTADOS DAS ESTIMAÇÕES

	MODELO LOG-LINEAR COM PREÇO MÉDIO ( $\lambda = 0,05$ ; $R^2 = 84,5\%$ )		MODELO TRANSLOG COM TAXA DE POTÊNCIA E PREÇO MARGINAL ( $\lambda = 0,1$ ; $R^2 = 95,8\%$ )	
	Curto prazo	Longo prazo	Curto prazo	Longo prazo
Taxa de potência	-	-	-0,557	-1,214
Preço marginal	-	-	-0,171	-1,395
Rendimento disponível	0,585	1,573	-	-

Nota: - no caso do modelo translog, as elasticidades apresentadas foram calculadas para a média dos valores assumidos pelas variáveis explicativas.

A curto prazo, a rigidez das elasticidades calculadas não se pode dissociar do período de observação adoptado - o trimestre -, na verdade um período de tempo reduzido para se fazerem sentir, de modo muito significativo, as reacções do consumidor. No entanto, a rigidez de certas elasticidades pode ter ainda outra interpretação:

- No caso da elasticidade de curto prazo da temperatura (no valor de -0,154), tem de considerar-se que, segundo um estudo da DGE [Direcção Geral de Energia (1989)], só cerca de 21% dos consumos domésticos de electricidade é que se destinam a aquecimento ambiente ou de águas, ou seja, só esses 21% é que dependem da temperatura. Ora, no cálculo da elasticidade de curto prazo da temperatura, está-se a medir, por cada unidade percentual de variação da temperatura, qual a percentagem de variação da totalidade dos consumos de electricidade e não apenas dos 21% que dependem da temperatura. Assim sendo, o valor da elasticidade da temperatura tem de vir necessariamente baixo, pois, no

cálculo deste, também entram os 79% dos consumos de electricidade que não dependem da temperatura (ou seja, que são completamente rígidos face à temperatura).

- No caso das elasticidades de curto prazo e de longo prazo do índice de preços do gás (com os valores de -0,009 e -0.180, respectivamente), tem de considerar-se que, segundo o mesmo estudo da DGE [Direcção Geral de Energia (1989)], só cerca de 31% dos consumos domésticos de electricidade é que se destinam a usos não cativos da electricidade, ou seja, a usos que podem ser satisfeitos por outras formas de energia (em especial, o gás). Assim, o que acima se disse sobre a elasticidade da temperatura aplica-se, de igual forma, à elasticidade do índice de preços do gás.

Aliás, este problema da rigidez das elasticidades de algumas variáveis explicativas, pelo facto de estas se relacionarem apenas com uma parcela da variável dependente, pode ser formalizado como se segue.

Considere-se uma variável  $v$ , a qual é função de  $n$  variáveis,  $u_1, u_2, \dots, u_n$ ,

$$v = v(u_1, u_2, \dots, u_i, \dots, u_n).$$

Suponha-se que a variável explicativa  $u_i$  se relaciona com (explica) apenas uma parcela identificável da variável  $v$ , isto é, sendo  $v = v_I + v_{NI}$ ,  $v_I$  é a parte de  $v$  explicada por  $u_i$  e  $v_{NI}$  é a parte de  $v$  não explicada por  $u_i$ .

Calcule-se, então, a elasticidade de  $v$  em relação a  $u_i$ ,

$$\begin{aligned} e(v, u_i) &= \frac{\partial v}{\partial u_i} \frac{u_i}{v} = \frac{\partial (v_I + v_{NI})}{\partial u_i} \frac{u_i}{v} = \left( \frac{\partial v_I}{\partial u_i} + \frac{\partial v_{NI}}{\partial u_i} \right) \frac{u_i}{v} = \frac{\partial v_I}{\partial u_i} \frac{u_i}{v} + \frac{\partial v_{NI}}{\partial u_i} \frac{u_i}{v} = \\ &= \frac{\partial v_I}{\partial u_i} \frac{u_i}{v} \frac{v_I}{v_I} + \frac{\partial v_{NI}}{\partial u_i} \frac{u_i}{v} \frac{v_{NI}}{v_{NI}} = \left( \frac{\partial v_I}{\partial u_i} \frac{u_i}{v_I} \right) \frac{v_I}{v} + \left( \frac{\partial v_{NI}}{\partial u_i} \frac{u_i}{v_{NI}} \right) \frac{v_{NI}}{v}. \end{aligned}$$

Atendendo a que,  $\frac{\partial v_I}{\partial u_i} \frac{u_i}{v_I} = e(v_I, u_i)$  e  $\frac{\partial v_{NI}}{\partial u_i} \frac{u_i}{v_{NI}} = e(v_{NI}, u_i)$ , fica,

$$e(v, u_i) = e(v_I, u_i) \frac{v_I}{v} + e(v_{NI}, u_i) \frac{v_{NI}}{v} .$$

Mas, como a parcela  $v_{NI}$  não é explicada por  $u_i$ , vem  $e(v_{NI}, u_i) = 0$ , e tem-se,

$$e(v, u_i) = e(v_I, u_i) \frac{v_I}{v} . \quad (82)$$

De (82) pode comprovar-se que a  $e(v, u_i)$  vem mais baixa, pelo facto de se ponderar  $e(v_I, u_i)$  (a elasticidade em relação à variável  $u_i$ , mas tomando apenas a parcela de  $v$  que é explicada por  $u_i$ ) por  $v_I/v$ . Esta dependência de  $e(v, u_i)$  em relação à percentagem de  $v$  que é explicada por  $u_i$  (dada por  $v_I/v$ ) traduz uma alteração da própria estrutura da procura em função dos valores assumidos por  $v_I/v$ , válida qualquer que seja o modelo concreto utilizado: trata-se, como é usual dizer-se em análise económica, de uma variação da própria curva da procura e não de uma variação ao longo da mesma curva da procura.

Se se quizesse obter a elasticidade apenas da parcela de  $v$  explicada por  $u_i$  em relação a  $u_i$ , teria de se fazer,

$$e(v, u_i) \frac{v}{v_I} = e(v_I, u_i) \frac{v_I}{v} \frac{v}{v_I} = e(v_I, u_i) .$$

Por exemplo, no caso da temperatura acima referido, a elasticidade de curto prazo dos 21% dos consumos de electricidade sensíveis à temperatura em relação à temperatura, seria  $(-0,154) \frac{1}{0,21} = -0,733$ , ou seja, se a temperatura variar 1%, a parte dos consumos domésticos de electricidade que depende da temperatura varia -0,733% (embora a totalidade dos consumos domésticos de electricidade só varie -0,154%).

O grande problema deste modelo log-linear é, como já se referiu, o facto de o preço médio da electricidade não ser uma variável significativa na explicação dos consumos de electricidade. Para aprofundar melhor esta questão da representatividade do preço médio estimou-se, em seguida, o modelo translog (81).

## B) MODELO TRANSLOG COM O PREÇO MÉDIO

O modelo translog (81) começou por estimar-se com as seguintes variáveis:

- de curto prazo - preço médio, índice de preços do gás, rendimento disponível, temperatura e, ainda, os produtos cruzados destas variáveis de curto prazo umas pelas outras;
- de longo prazo - preço médio, índice de preços do gás, índice de preços dos aparelhos eléctricos e não eléctricos, rendimento disponível e, ainda, os produtos cruzados destas variáveis de longo prazo umas pelas outras.

Nestas condições, o modelo inicial tem 28 variáveis (14 de curto prazo e 14 de longo prazo), para além da variável temporal  $(1 - \lambda)^t$  e do termo independente. As várias estimações efectuadas foram possibilitando a eliminação de variáveis, quer porque os seus coeficientes não eram estatisticamente diferentes de zero, quer porque se detectou alguma multicolinearidade (o que seria de esperar, dado o elevado número de variáveis, com a presença de produtos cruzados entre elas). No final destas estimações (em todas elas foi detectada a existência de autocorrelação positiva de primeira ordem, a qual foi corrigida reestimando-se o modelo pelo método de Cochrane-Orcutt), chegou-se à conclusão de que o melhor ajustamento é o que se apresenta no Anexo 15, incluindo as seguintes variáveis:

- termo constante;
- variáveis de curto prazo - temperatura;
- variáveis de longo prazo - preço médio, índice de preços do gás, produto cruzado do preço médio por ele próprio, produto cruzado do preço médio pelo rendimento disponível, produto cruzado do índice de preços do gás pelo índice de preços dos

aparelhos eléctricos e não eléctricos e produto cruzado do índice de preços do gás pelo rendimento disponível.

Neste modelo destacam-se três factos:

- a curto prazo aparece apenas uma variável explicativa dos consumos de electricidade - a temperatura;
- o preço médio já aparece como significativo, embora só a longo prazo, através dos produtos cruzados com ele próprio e com o rendimento disponível;
- também o índice de preços dos aparelhos eléctricos e não eléctricos que, no modelo log-linear era não significativo, aparece agora como relevante, através do produto cruzado com o índice de preços do gás.

Em termos da qualidade estatística, há a realçar (em relação à segunda equação do Anexo 15, ou seja, a estimada pelo método de Cochrane-Orcutt, logo corrigida da autocorrelação):

- o elevado valor da estatística F-Snedecor que, no teste à nulidade conjunta dos parâmetros da equação, leva a rejeitar essa nulidade, mesmo a um nível de confiança de 99% (a região de rejeição da nulidade conjunta dos parâmetros, a 99% de confiança, é  $[5,91 ; +\infty[$ );
- os valores das estatísticas t-Student, que permitem afirmar que todos os coeficientes são estatisticamente diferentes de zero, com um nível de confiança de 90% (a região de rejeição da nulidade de cada parâmetro, a 90% de confiança, é,  $]-\infty ; -1,684] \cup [1,684 ; +\infty[$ );
- o coeficiente de determinação, no valor de 88,1%, apresentando uma melhoria de 3,6% em relação ao modelo log-linear, e proporcionando um razoável ajustamento

entre os valores estimados e os verdadeiros valores da variável dependente (veja-se a Figura 20 na página seguinte);

- o valor da estatística de Durbin-Watson, muito perto de 2, caindo na zona de inexistência de autocorrelação, o que comprova a eficácia do método de Cochrane-Orcutt na correcção desta;
- o elevado valor do determinante da matrix  $X^T X$ , onde  $X$  é a matriz com as observações das variáveis explicativas, o qual leva a aceitar a hipótese de não existência de multicolinearidade.



CONSUMO RESIDENCIAL *PER CAPITA* DE ELECTRICIDADE EM kWh - VALORES REAIS E  
VALORES ESTIMADOS PELO MODELO TRANSLOG COM PREÇO MÉDIO

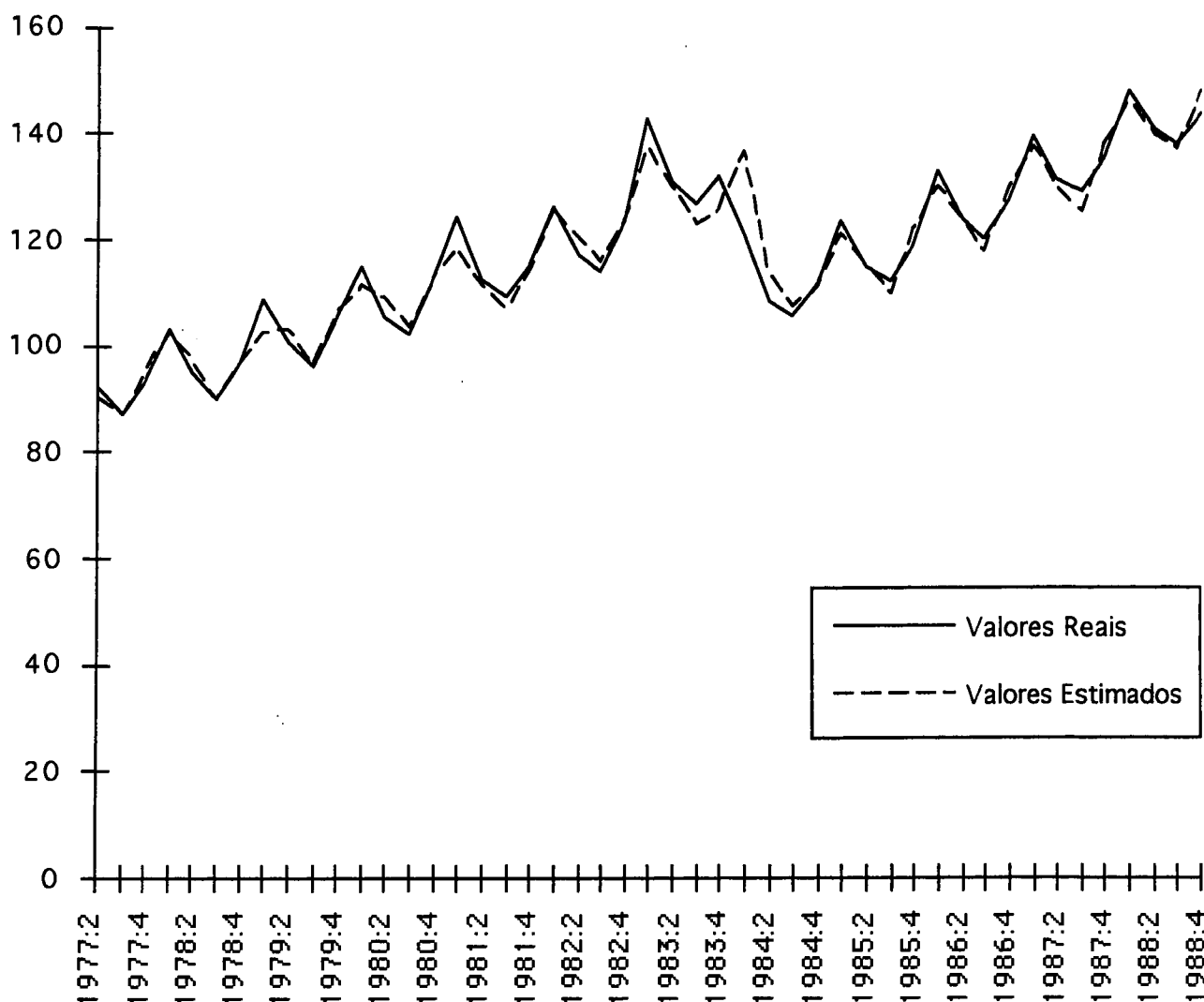


FIGURA 20

O valor da constante de ajustamento  $\lambda$  acabou por se fixar em  $\lambda = 0,15$  (o triplo do obtido com o modelo log-linear), ou seja, por cada unidade desejada de variação do logaritmo do *stock* de aparelhos eléctricos (tem de se considerar o logaritmo do *stock*, porque, à semelhança do modelo log-linear, a função  $\phi$  presente em (13), na definição de  $\lambda$ , foi

considerada como sendo a função logarítmica, no modelo translog - veja-se (40)), a variação efectiva foi de apenas 0,15 unidades, no trimestre em causa, pelo que, pressupondo a estabilidade do *stock* desejado, este demoraria  $1/0,15 = 6,66$  trimestres a ser atingido (isto é, cerca de 1 ano e 8 meses).

Quanto às elasticidades, estas foram calculadas de acordo com as fórmulas (55), (58) e (60), podendo ser consultadas no Quadro 6 (página 162). Repare-se que estas elasticidades, deduzidas no âmbito do modelo translog, não são constantes, dependendo do valor assumido pelas variáveis explicativas. Tendo-se observado que, ao longo dos 48 trimestres, as elasticidades não sofreram alterações significativas, optou-se por considerar (para efeitos de comparação com as elasticidades constantes obtidas no modelo log-linear) o seu cálculo admitindo que cada variável explicativa assume o respectivo valor médio. Assim, as elasticidades do modelo translog com preço médio, presentes no Quadro 6, estão calculadas para os valores médios das variáveis explicativas.

As elasticidades calculadas mostram uma certa rigidez, exceptuando as elasticidades de longo prazo do índice de preços dos aparelhos eléctricos e não eléctricos e do rendimento disponível (com um valor de -3,82 e 1,913, respectivamente).

Em relação ao modelo log-linear com preço médio, há a constatar:

- a semelhança das elasticidades de curto prazo da temperatura (-0,154, no modelo log-linear e -0,150, no modelo translog);
- as elasticidades de curto e longo prazos do índice de preços do gás, agora com o sinal positivo esperado, se bem que o valor muito perto de zero da elasticidade de curto prazo (esse valor é de 0,032) leva a admitir que, para certos valores das variáveis explicativas, esta elasticidade possa assumir sinal negativo (como no modelo log-linear);

- a presença do índice de preços dos aparelhos eléctricos e não eléctricos com uma influência negativa (e significativa) nos consumos de electricidade (a elasticidade de longo prazo é de -3,82, o que mostra o importante impacto desta variável na aquisição e renovação do *stock*);
- o valor sensivelmente mais elevado das elasticidades do rendimento disponível (por exemplo, no longo prazo, essa elasticidade é de 1,04 no modelo log-linear e 1,913 no modelo translog);
- a presença do preço médio, se bem que só como variável de longo prazo e, ainda assim, com elasticidades muito rígidas (-0,009, no curto prazo e -0,06, no longo prazo), abrindo-se, inclusive, a possibilidade de, para certos valores das variáveis explicativas, estas elasticidades virem a assumir sinais contrários aos esperados (isto é, positivos - repare-se que a elasticidade de curto prazo está muito perto de zero podendo, com valores adequados das variáveis explicativas, passar para a faixa positiva).

Em resumo, o modelo translog parece contribuir para alguma melhoria dos resultados (aliás, o  $R^2$  passa de 84,5% para 88,1%), como sejam, o sinal esperado da elasticidade do índice de preços do gás e a introdução das variáveis "índice de preços dos aparelhos eléctricos e não eléctricos" e "preço médio", embora quanto a esta última, continuem a subsistir muitas dúvidas (acima referidas), dada a grande rigidez das elasticidades e a possibilidade de estas mudarem de sinal. Emerge assim, e uma vez mais, a ideia de que o preço médio não é uma variável adequada para a representação do preço da electricidade, pelo que, se vai passar para os modelos com a taxa de potência e o preço marginal.

### C) MODELO LOG-LINEAR COM A TAXA DE POTÊNCIA E O PREÇO MARGINAL

Começou por estimar-se o modelo log-linear (80), com as seguintes variáveis:

- de curto prazo - taxa de potência, preço marginal, índice de preços do gás, rendimento disponível e temperatura;
- de longo prazo - taxa de potência, preço marginal, índice de preços do gás, índice de preços dos aparelhos eléctricos e não eléctricos e rendimento disponível.

As várias estimações efectuadas permitiram concluir que não são estatisticamente diferentes de zero (fazendo o habitual teste de significância com a t-Student, para um nível de confiança de 90%):

- a curto prazo, os coeficientes do preço marginal, do índice de preços do gás e do rendimento disponível;
- a longo prazo, o coeficiente do rendimento disponível.

Destacam-se, para já, dois factos inesperados:

- o coeficiente do preço marginal não significativo a curto prazo (tendo até, chegado a assumir sinal positivo, contrário ao esperado, em algumas estimações);
- o rendimento disponível não contribui significativamente para a explicação da procura de electricidade, quer no curto, quer no longo prazos.

Estes dois factos serão analisados mais à frente, em conjunto, após se apresentar o modelo escolhido.

Refira-se que, em todas as estimações, foi detectada a existência de autocorrelação positiva de primeira ordem, a qual foi facilmente corrigida, reestimando-se o modelo pelo método de Cochrane-Orcutt.

Nestas condições, o melhor ajustamento conseguido com o modelo linear e a opção taxa de potência e preço marginal é o que se apresenta no Anexo 16, incluindo as seguintes variáveis:

- termo constante;
- variáveis de curto prazo - taxa de potência e temperatura;
- variáveis de longo prazo - taxa de potência, preço marginal, índice de preços do gás e índice de preços dos aparelhos eléctricos e não eléctricos.

Em termos da qualidade estatística deste modelo, há a realçar (em relação à segunda equação do Anexo 16, ou seja, a estimada pelo método de Cochrane-Orcutt, portanto corrigida da autocorrelação):

- o elevado valor da estatística F-Snedecor que, no teste à nulidade conjunta dos parâmetros da equação, leva a rejeitar essa nulidade, mesmo a um nível de confiança de 99% (a região de rejeição da nulidade conjunta dos parâmetros, a 99% de confiança, é  $[7,14 ; +\infty[$ );
- os valores das estatísticas t-Student, que permitem afirmar que todos os coeficientes são estatisticamente diferentes de zero, com um nível de confiança de 95% (a região de rejeição da nulidade de cada parâmetro, a 95% de confiança, é,  $]-\infty ; -2,021] \cup [2,021 ; +\infty[$ );

- o coeficiente de determinação, no valor de 93,0%, proporcionando um bom ajustamento entre os valores estimados e os verdadeiros valores da variável dependente (veja-se a Figura 21 na página seguinte);
- o valor da estatística de Durbin-Watson, muito perto de 2, caindo na zona de inexistência de autocorrelação, o que comprova a eficácia do método de Cochrane-Orcutt na correcção desta;
- o elevado valor do determinante da matrix  $X^T X$ , onde  $X$  é a matriz com as observações das variáveis explicativas, o qual leva a aceitar a hipótese de não existência de multicolinearidade.

CONSUMO RESIDENCIAL *PER CAPITA* DE ELECTRICIDADE EM kWh - VALORES REAIS E  
VALORES ESTIMADOS PELO MODELO LOG-LINEAR COM TAXA DE POTÊNCIA E PREÇO  
MARGINAL

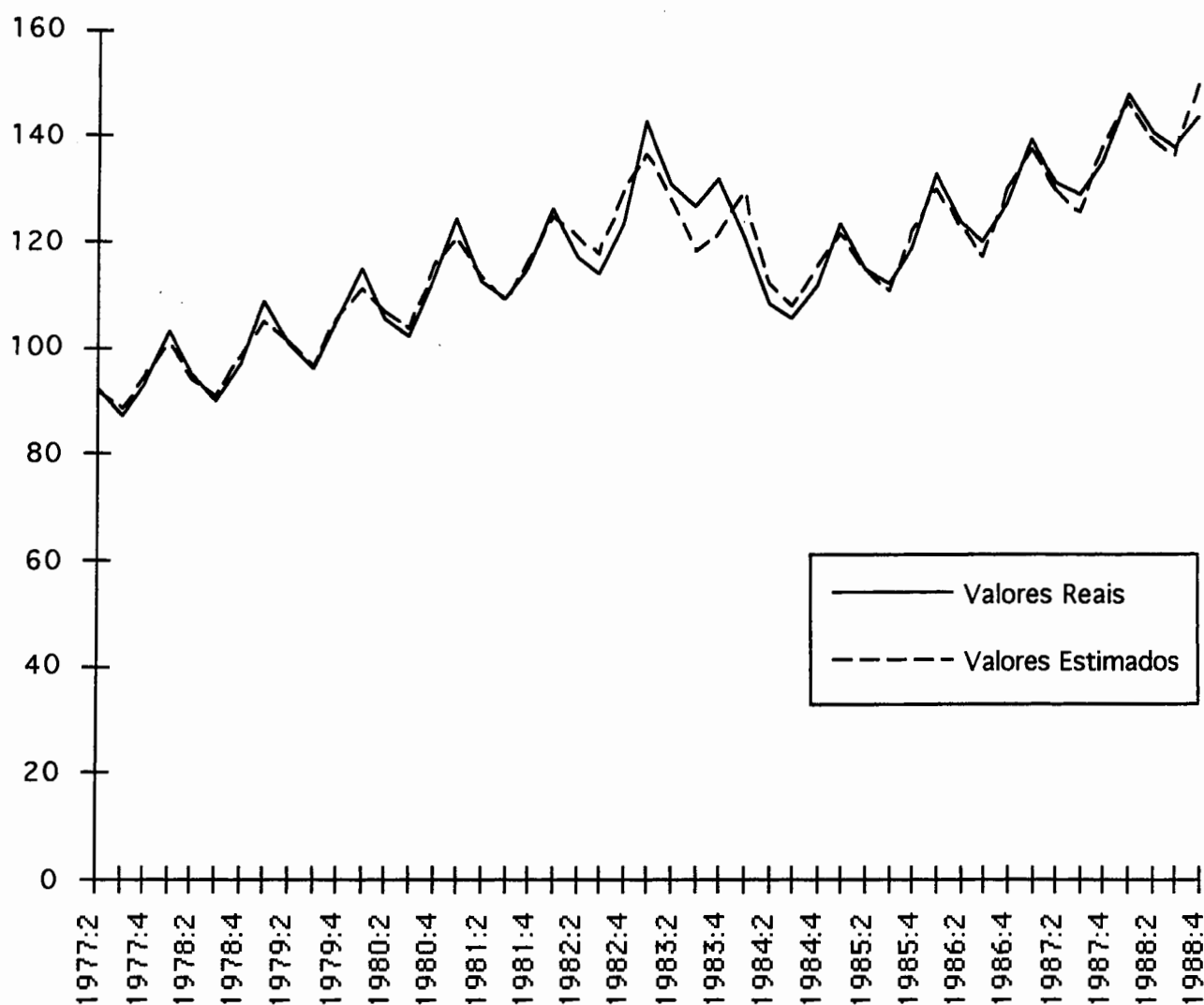


FIGURA 21

O valor da constante de ajustamento  $\lambda$  acabou por se fixar em  $\lambda = 0,09$ , ou seja, por cada unidade desejada de variação do logaritmo do *stock* de aparelhos eléctricos, a variação efectiva foi de apenas 0,09 unidades, no trimestre em causa, pelo que, pressupondo a

estabilidade do *stock* desejado, este demoraria  $1/0,09 = 11,11$  trimestres a ser atingido (isto é, cerca de 2 anos e 9 meses).

Dois parâmetros apresentam sinal contrário ao esperado:

- o coeficiente do índice de preços do gás, que aparece negativo, quando se esperaria positivo (o mesmo se passou no modelo log-linear com o preço médio, aí se tendo apresentado uma possível explicação para o facto);
- o coeficiente da taxa de potência no longo prazo, que aparece positivo, quando se esperaria negativo.

Este último aspecto (o sinal contrário do coeficiente da taxa de potência no longo prazo) tem de analisar-se em conjunto com dois outros factos, atrás referidos: o não serem estatisticamente diferentes de zero os coeficientes do preço marginal a curto prazo, por um lado, e do rendimento disponível a curto e a longo prazos, por outro lado. Na verdade, do conjunto de todas estas ocorrências, parecem ressaltar as seguintes linhas de força:

- a curto prazo, os consumidores são sensíveis à taxa de potência da electricidade, enquanto que, a longo prazo, a sensibilidade transfere-se para o preço marginal (note-se que os coeficientes destas duas variáveis apresentam os sinais esperados);
- a ausência do rendimento disponível faz com que, no longo prazo (onde esta variável tem mais peso), o seu efeito seja apreendido pela taxa de potência (relembre-se a exposição efectuada no ponto 2.4.4, onde se mostrou que a taxa de potência "apanha" exclusivamente o efeito rendimento inerente a uma variação dos preços), levando o coeficiente desta a assumir um valor positivo. Pode, até, conjecturar-se que, no longo prazo, o modelo interpretou a taxa de potência, não como uma variável representativa do preço da electricidade, mas antes, como representativa do rendimento disponível (por outras palavras, no longo prazo a



taxa de potência acabou por ser uma *proxy* do rendimento disponível melhor aceite pelo modelo do que a *proxy* proposta, isto é, do que o consumo privado).

A ideia transmitida no penúltimo parágrafo (a de que os consumidores são sensíveis à taxa de potência no curto prazo e ao preço marginal no longo prazo), pode explicitar-se melhor graficamente.

Utilizando a notação do ponto 2.4.4 (isto é, sendo  $q$  a quantidade de electricidade,  $\text{pmg}$  o preço marginal da electricidade,  $\text{pmd}$  o preço médio da electricidade e  $\text{TP}(\text{PC})$  a taxa de potência), tem-se:

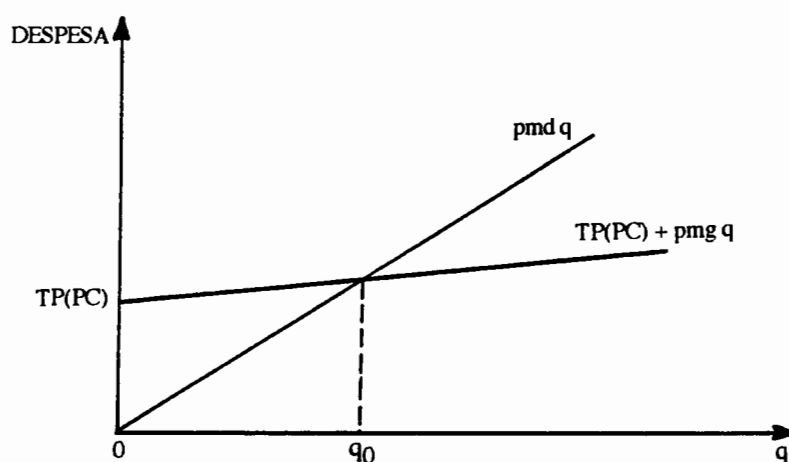


FIGURA 22

Na Figura 22 apresenta-se a evolução da despesa em electricidade, onde a recta,  $\text{TP}(\text{PC}) + \text{pmg } q$ , representa a situação em que vigora uma taxa de potência independente da quantidade consumida e um preço marginal que se aplica a todas as quantidades (o caso português) e a recta,  $\text{pmd } q$ , representa a situação em que vigora um preço médio equivalente à situação anterior (para a quantidade  $q_0$ , já que o preço médio foi calculado com base na quantidade  $q_0$ ,  $\text{pmd} = \frac{\text{TP}(\text{PC}) + \text{pmg } q_0}{q_0}$ ).

Como se pode ver pelo gráfico, até  $q_0$  a maioria da despesa em electricidade é explicada pela taxa de potência, mas, a partir de  $q_0$ , o peso da taxa de potência começa a diluir-se pelas quantidades, ganhando importância o preço marginal. Ora, como no estudo empírico o preço médio foi calculado com base nas quantidades consumidas trimestralmente, o valor  $q_0$  atinge-se no fim do trimestre, pelo que, no curto prazo (isto é, no trimestre), a taxa de potência tem grande predominância na representação do preço da electricidade, sendo os consumidores sensíveis a ela (e não ao preço marginal), enquanto que, no longo prazo, é o preço marginal que ganha primazia na representação do preço da electricidade, sendo os consumidores sensíveis a ele (e não à taxa de potência).

Quanto às elasticidades, estas foram calculadas de acordo com as fórmulas (45), (49) e (51), podendo ser consultadas no Quadro 6 (página 162), onde se pode observar a tendência geral para uma certa rigidez, exceptuando as elasticidades de longo prazo da taxa de potência e do índice de preços dos aparelhos eléctricos e não eléctricos (com os valores de 3,389 e -2,922, respectivamente).

Em termos gerais, este modelo log-linear com a taxa de potência e o preço médio vem melhorar a qualidade do ajustamento, em relação aos modelos log-linear e translog com o preço médio (o  $R^2$  passa de 84,5% e 88,1%, nos modelos com o preço médio, para 93,0% neste modelo), levando a concluir o que já se esperava teoricamente: a taxa de potência e o preço marginal representam melhor a estrutura tarifária da electricidade do que o preço médio. Ainda assim, subsiste a questão de o preço marginal não se comportar bem a curto prazo e a taxa de potência a longo prazo, situação esta que atrás se procurou explicar e que se irá tentar aprofundar com a estimação do modelo translog com a taxa de potência e o preço marginal.

#### D) MODELO TRANSLOG COM A TAXA DE POTÊNCIA E O PREÇO MARGINAL

O modelo translog (81) começou por estimar-se com as seguintes variáveis:

- de curto prazo - taxa de potência, preço marginal, índice de preços do gás, rendimento disponível, temperatura e, ainda, os produtos cruzados destas variáveis de curto prazo umas pelas outras;
- de longo prazo - taxa de potência, preço marginal, índice de preços do gás, índice de preços dos aparelhos eléctricos e não eléctricos, rendimento disponível e, ainda, os produtos cruzados destas variáveis de longo prazo umas pelas outras.

Nestas condições, o modelo inicial tem 40 variáveis (20 de curto prazo e 20 de longo prazo), para além da variável temporal  $(1 - \lambda)^t$  e do termo independente. As várias estimações efectuadas foram possibilitando a eliminação de variáveis, quer porque os seus coeficientes não eram estatisticamente diferentes de zero, quer porque se detectou alguma multicolinearidade (o que seria de esperar, dado o elevado número de variáveis, com a presença de produtos cruzados entre elas). No final destas estimações (em todas elas foi detectada a existência de autocorrelação positiva de primeira ordem, a qual foi corrigida reestimando-se o modelo pelo método de Cochrane-Orcutt), chegou-se à conclusão de que o melhor ajustamento é o que se apresenta no Anexo 17, incluindo as seguintes variáveis:

- termo constante;
- variáveis de curto prazo - preço marginal, temperatura, produto cruzado do preço marginal por ele próprio, produto cruzado da temperatura por ela própria, produto cruzado da taxa de potência pelo preço marginal e produto cruzado do preço marginal pela temperatura;

- variáveis de longo prazo - taxa de potência, rendimento disponível, produto cruzado da taxa de potência por ela própria, produto cruzado da taxa de potência pelo preço marginal e produto cruzado da taxa de potência pelo índice de preços dos aparelhos eléctricos e não eléctricos.

Neste modelo destaca-se, numa primeira análise, o facto de o índice de preços do gás não ser significativo na explicação da procura de electricidade, o que acontece pela primeira vez, em relação aos modelos já apresentados.

Em termos da qualidade estatística, há a realçar (em relação à segunda equação do Anexo 17, ou seja, a estimada pelo método de Cochrane-Orcutt, logo corrigida da autocorrelação):

- o elevado valor da estatística F-Snedecor que, no teste à nulidade conjunta dos parâmetros da equação, leva a rejeitar essa nulidade, mesmo a um nível de confiança de 99% (a região de rejeição da nulidade conjunta dos parâmetros, a 99% de confiança, é  $[3,21 ; +\infty[$  );
- os valores das estatísticas t-Student, que permitem afirmar que todos os coeficientes são estatisticamente diferentes de zero, com um nível de confiança de 90% (a região de rejeição da nulidade de cada parâmetro, a 90% de confiança, é,  $]-\infty ; -1,697] \cup [1,697 ; +\infty[$  );
- o coeficiente de determinação, no valor de 95,8%, apresentando uma melhoria de 2,8% em relação ao modelo log-linear com taxa de potência e preço marginal, e proporcionando um bom ajustamento entre os valores estimados e os verdadeiros valores da variável dependente (veja-se a Figura 23 na página seguinte);
- o valor da estatística de Durbin-Watson, muito perto de 2, sendo de aceitar a inexistência de autocorrelação, pelo que, se pode considerar como eficaz na correcção desta o método de Cochrane-Orcutt;

- o elevado valor do determinante da matrix  $X^T X$ , onde  $X$  é a matriz com as observações das variáveis explicativas, o qual leva a aceitar a hipótese de não existência de multicolinearidade.

CONSUMO RESIDENCIAL *PER CAPITA* DE ELECTRICIDADE EM kWh - VALORES REAIS E VALORES ESTIMADOS PELO MODELO TRANSLOG COM TAXA DE POTÊNCIA E PREÇO MARGINAL

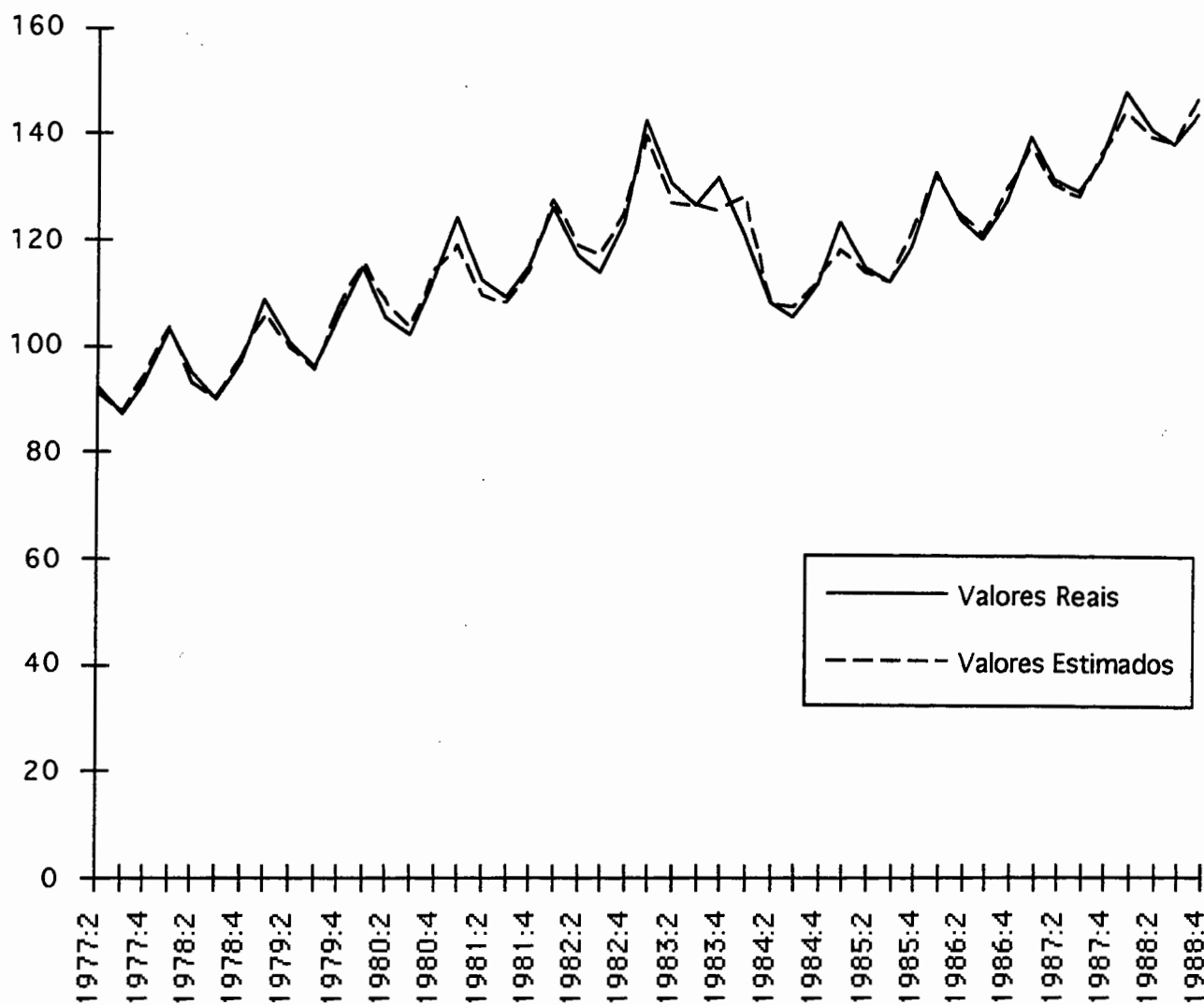


FIGURA 23

O valor da constante de ajustamento  $\lambda$  acabou por se fixar em  $\lambda = 0,1$  (quase igual aos 0,09 obtidos no modelo log-linear com taxa de potência e preço marginal), ou seja, por cada unidade desejada de variação do logaritmo do *stock* de aparelhos eléctricos, a variação efectiva foi de apenas 0,1 unidades, no trimestre em causa, pelo que, pressupondo a estabilidade do *stock* desejado, este demoraria  $1/0,1 = 10$  trimestres a ser atingido (isto é, dois anos e meio).

Quanto às elasticidades, estas foram calculadas de acordo com as fórmulas (55), (58), (59), (60) e (61), podendo ser consultadas nos Quadros 6 e 7 (páginas 162 e 163, respectivamente). Repare-se que estas elasticidades, deduzidas no âmbito do modelo translog, não são constantes, dependendo do valor assumido pelas variáveis explicativas. Tendo-se observado que, ao longo dos 48 trimestres, as elasticidades não sofreram alterações significativas (o mesmo já se tinha passado no modelo translog com o preço médio), optou-se por considerar (para efeitos de comparação com as elasticidades obtidas no âmbito dos outros modelos) o seu cálculo, admitindo que cada variável explicativa assume o respectivo valor médio. Assim, as elasticidades do modelo translog com taxa de potência e preço marginal, presentes nos Quadros 6 e 7, estão calculadas para os valores médios das variáveis explicativas.

As elasticidades calculadas mostram uma certa rigidez, exceptuando as elasticidades de longo prazo (e, consequentemente, as elasticidades totais de longo prazo) do preço marginal e do índice de preços dos aparelhos eléctricos e não eléctricos (com um valor de -1,36 e -2,58, respectivamente). Em relação ao modelo log-linear com a taxa de potência e o preço marginal, há a constatar:

- a presença do rendimento disponível no longo prazo (variável ausente do modelo log-linear com a taxa de potência e o preço marginal), se bem que com uma elasticidade muito perto de zero (0,062);

- que o preço marginal já aparece significativo a curto prazo, apresentando a respectiva elasticidade o sinal negativo esperado, mas assumindo um valor muito próximo de zero (-0,035), pelo que, para certos valores das variáveis explicativas, pode conjecturar-se que esse valor passe a positivo;
- que a taxa de potência, no longo prazo, apresenta uma elasticidade com o sinal negativo esperado, mas assumindo um valor muito próximo de zero (-0,073), pelo que, para certos valores das variáveis explicativas, pode conjecturar-se que esse valor passe a positivo.

Em suma, o modelo translog com taxa de potência e preço marginal apresenta melhores resultados do que o modelo log-linear com taxa de potência e preço marginal (relembre-se que o  $R^2$  passa de 93,0% para 95,8%), permitindo confirmar as conclusões que este último já fazia antever, quanto ao comportamento das variáveis representativas do preço da electricidade: no curto prazo, os consumidores são significativamente sensíveis à taxa de potência, enquanto que, no longo prazo, são significativamente sensíveis ao preço marginal (por razões que já atrás se tentaram explicar, no âmbito do modelo log-linear com taxa de potência e preço marginal).

### 3.5 - CONCLUSÕES

Neste Capítulo 3 explanou-se um estudo sobre a procura de electricidade pelas famílias em Portugal, o qual acabou por apresentar quatro equações da procura (resultantes das diferentes combinações entre o modelo log-linear e o modelo translog, por um lado, e a representação do preço da electricidade pelo preço médio ou pela taxa de potência e o preço marginal, por outro lado).

A qualidade global das estimações (que foram efectuadas pelo método de Cochrane-Orcutt, dada a existência de autocorrelação de primeira ordem) pode considerar-se como bastante razoável, ou até boa, uma vez que as estatísticas F-Snedecor e t-Student apresentam valores que levam a rejeitar, com 90% de confiança (e mesmo mais, nalguns casos) a nulidade conjunta e individual dos parâmetros das diferentes equações, para além de o coeficiente de determinação,  $R^2$ , assumir valores que não descem dos 84,5% (este menor valor de  $R^2$  foi atingido pelo modelo log-linear com preço médio).

É de realçar a significativa diferença entre as elasticidades de curto e de longo prazos, na generalidade das equações estimadas, o que fundamenta a existência de um processo de ajustamento do *stock* de aparelhos eléctricos.

O melhor modelo é aquele em que se combinam as formas funcionais translog com a representação do preço da electricidade através da taxa de potência e do preço marginal, tendo-se obtido um  $R^2$  de 95,8% e sendo de realçar que:

- quanto à representação do preço da electricidade, esta é assegurada, em grande medida, pela taxa de potência no curto prazo e pelo preço marginal no longo prazo



(aliás, igual conclusão já se tinha prespectivado no âmbito do modelo log-linear com taxa de potência e preço marginal, tendo-se aí ensaiado uma explicação para o facto);

- uma variável significativa na explicação da procura de electricidade a curto prazo é a temperatura, com uma elasticidade negativa, embora rígida, porque apenas cerca de 21% dos consumos domésticos de electricidade é que dependem da temperatura;
- uma variável relevante para a explicação da procura de electricidade no longo prazo é o índice de preços dos aparelhos eléctricos e não eléctricos, com uma elasticidade negativa e bastante significativa no longo prazo (-2,58);
- o rendimento disponível aparece como uma variável de longo prazo, como seria de esperar, dada a sua influência na renovação do *stock* de aparelhos eléctricos;
- o ajustamento do *stock* de aparelhos eléctricos demora cerca de dois anos e meio.

Em termos globais, parece poder concluir-se que a modelização da procura de electricidade pelas famílias em Portugal terá de passar, simultaneamente, pela utilização de formas funcionais flexíveis (sem imposição de restrições *a priori*), pela consideração de um processo de ajustamento do *stock* de aparelhos eléctricos e pela representação do tarifário da electricidade através de uma taxa de potência e um preço marginal.

## CONCLUSÕES GERAIS

O estudo do comportamento dos consumidores domésticos de electricidade em Portugal (o objectivo deste trabalho) passa pela resposta a algumas questões, enunciadas na Introdução Geral desta dissertação.

A primeira dessas questões tem a ver com a melhor forma de modelizar a procura de electricidade, o que se prende com as duas características determinantes e específicas da procura de electricidade:

- Em primeiro lugar, a procura de electricidade não é uma procura directa, mas antes, uma procura indirecta ou derivada, na medida em que o consumidor procura directamente que lhe seja prestado um determinado serviço (para satisfazer uma dada necessidade), prestação essa que é garantida por um certo equipamento, o qual, para funcionar, necessita de consumir electricidade. Daqui vem que a electricidade é consumida através de um *stock* de equipamentos eléctricos, sendo determinante para a procura daquela, a forma como é efectuada a renovação e ampliação deste.
- Em segundo lugar, o preço da electricidade não é simplesmente um preço constante por cada unidade (kWh) vendida, mas sim, uma estrutura tarifária que pode assumir uma forma mais ou menos complexa, a qual, em geral, engloba uma tarifa fixa e um preço unitário variável em função dos escalões de consumo. Esta situação acarreta a diferença entre preço marginal e preço médio, levantando o problema de como representar a estrutura tarifária num modelo explicativo da procura de electricidade.

A consideração destas duas características leva a que a modelização da procura de electricidade tenha de englobar os seguintes aspectos:

- reunir, no mesmo modelo (o modelo (7) apresentado em 2.3.1), uma equação da procura de electricidade propriamente dita (a equação (4) apresentada em 2.3.1) e uma equação do processo de ajustamento do *stock* de capital (a equação (6) apresentada em 2.3.1), o que reflecte o facto de a procura de electricidade ser uma procura derivada;
- explicitar o processo de ajustamento entre o *stock* efectivo e o *stock* desejado de aparelhos eléctricos, o que se pode fazer pressupondo um mecanismo de ajustamento parcial (veja-se (13) em 2.3.2);
- considerar a representação do tarifário da electricidade, não através de um simples preço médio, mas antes, através de outras variáveis que explicitam e autonomizam os efeitos preço e rendimento subjacentes à estrutura de tarifas. Esta questão (discutida no ponto 2.3.3, em termos genéricos, e no ponto 2.4.4, no caso português) implica uma análise dos efeitos da variação de cada componente da estrutura tarifária. As conclusões vão depender da particular estrutura tarifária que se pretende representar, mas, em termos genéricos, pode afirmar-se que o preço médio não é a solução adequada para a representação do preço da electricidade. Por exemplo, no caso português, em que vigora uma taxa de potência contratada e um preço fixo por cada kWh, a melhor forma de representar esta estrutura é considerar a taxa de potência como uma tarifa fixa, que apreende o efeito rendimento subjacente a uma variação dos preços, e o preço por kWh como um preço marginal, que apreende, para além do efeito rendimento, o efeito substituição subjacente a uma variação dos preços.

Ainda no campo da modelização, o modelo teórico deve ser aplicado de acordo com uma metodologia que tenha em atenção os seguintes aspectos:

- as unidades observacionais do modelo deverão ser o mais homogéneas possível (tanto quanto o permitir a disponibilidade dos dados), do ponto de vista sectorial, espacial e temporal, por forma a que o modelo tenha uma maior aderência à realidade (veja-se o que a este propósito foi referido no ponto 2.3.5);
- é desejável que, na especificação das formas funcionais, se vá para além das tradicionais funções log-lineares, utilizando, também, a função translog (ou qualquer outra forma funcional flexível), pelo facto de esta não colocar restrições *a priori* sobre a estrutura estimada [sobre este aspecto veja-se Mendes (1993) - pg. 79-80], levando a que as elasticidades deduzidas deixem de ser constantes.

A realização de um estudo empírico sobre a procura de electricidade pelas famílias, em Portugal Continental, permitiu confirmar aquilo que já se esperava teorica e metodologicamente, nomeadamente:

- os modelos com a taxa de potência e o preço marginal apresentam um poder explicativo muito maior do que os modelos com o preço médio (nestes o  $R^2$  assume os valores de 84,5% e 88,1%, enquanto que naqueles passa para 93,0% e 95,8%);
- os modelos flexíveis translog contribuem para melhores ajustamentos do que os modelos log-lineares.

O melhor modelo, de todos os estimados, é aquele em que se combinam as formas funcionais translog com a representação do preço da electricidade através da taxa de potência e do preço marginal. Este modelo permite responder a duas questões, colocadas na Introdução Geral do trabalho, sobre a sensibilidade do consumidor (português) doméstico de

electricidade face às diferentes variáveis explicativas e sobre as suas diferenças de comportamento entre o curto e o longo prazos:

- o comportamento do consumidor doméstico de electricidade, em Portugal, é sensível, no curto prazo, à taxa de potência da electricidade e à temperatura e, no longo prazo, ao preço marginal da electricidade, ao índice de preços dos aparelhos eléctricos e não eléctricos e ao rendimento disponível;
- as elasticidades tendem a ser rígidas, embora, como seria de esperar, o sejam mais no curto do que no longo prazo (onde se encontram, até, duas elasticidades superiores à unidade, em valor absoluto - as correspondentes às variáveis preço marginal e índice de preços dos aparelhos eléctricos e não eléctricos), mas, neste domínio das diferenças de comportamento entre o curto e o longo prazos, o que ressalta mais é o facto de as variáveis representativas do tarifário da electricidade dividirem a sua influência em períodos de tempo distintos - a taxa de potência mais no curto prazo e o preço marginal mais no longo prazo (constatação esta de relevante importância para as políticas de fixação de preços da electricidade que se pretendam implementar).

É extremamente difícil comparar estes resultados com os de outros estudos, realizados noutros contextos, já que, a não coincidência do período de observação, das variáveis consideradas, das estruturas de preços da electricidade (vigentes no contexto - país - em causa) e da metodologia seguida (consideração ou não do ajustamento do *stock* de aparelhos eléctricos e de formas funcionais flexíveis - lembre-se que, neste estudo, se consideram simultaneamente os dois aspectos, o que não foi detectado na literatura consultada), levam a que os resultados reflectam situações muito díspares. Ainda assim, confrontando estes resultados com os obtidos por Nunes [veja-se Nunes (1986)] (para a economia portuguesa, mas no contexto de um modelo em dois passos referente aos consumos de energia para usos domésticos), Taylor [veja-se Taylor (1975)] (onde se realiza um *survey* dos estudos sobre a

procura de electricidade até aí realizados), Chang e Hsing [veja-se Chang e Hsing (1991)], Chern e Bouis [veja-se Chern e Bouis (1988)] e Branch [veja-se Branch (1993)], é possível encontrar dois pontos de contacto: a rigidez generalizada das elasticidades, em especial no curto prazo; e o facto de as elasticidades das variáveis representativas do preço da electricidade serem superiores (em valor absoluto) às elasticidades da variável representativa do rendimento.

Por último, restará dizer que o presente estudo não deve ser considerado como definitivo, mas antes, como o início de um processo que pode vir a ter continuidade e desenvolvimentos em alguns aspectos:

- Quanto aos dados, é de aguardar a publicação dos valores definitivos dos consumos de electricidade posteriores a 1988, bem como a (já anunciada pelo INE, como estando em curso) trimestralização das variáveis relativas ao rendimento (o que evitaria a utilização de uma *proxy* para representar o rendimento disponível trimestral). Para além disso, registe-se o facto de, a partir de 1988, o IPC desagregar o índice de preços dos aparelhos eléctricos e não eléctricos em "índice de preços dos electrodomésticos" e "índice de preços dos aparelhos não eléctricos", o que permite (a partir de 1988) construir uma variável que resulte da confrontação entre estes dois índices de preços.
- Quanto ao conhecimento do comportamento das famílias portuguesas em relação ao consumo de electricidade, seria desejável outro estudo, semelhante ao efectuado pela DGE em 1988 [Direcção Geral de Energia (1989)], para se verificar se esse comportamento se alterou significativamente desde 1988 (nomeadamente, a questão de saber qual a parte dos consumos de electricidade que depende da temperatura - o que afectaria a trimestralização - e qual a parte que é susceptível de ser concorrencial com outras formas de energia).

- Quanto à metodologia, poderá pensar-se em integrar esta equação da procura de electricidade num modelo mais global da procura de energia pelas famílias, sendo este deduzido com a mesma filosofia daquela, ou seja, pressupondo um processo de ajustamento do *stock* e formas funcionais flexíveis.

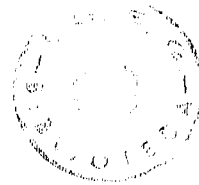
É claro que o modelo pode ser melhorado noutros aspectos, como sejam: a consideração de uma vertente espacial mais homogénea (isto é, estimar o modelo, não para todo o Portugal Continental, mas sim, para uma região específica); a inclusão de outras variáveis explicativas da procura de electricidade; ou a introdução de dados sobre o *stock* de aparelhos eléctricos (o que permitiria separar a equação da procura da equação do *stock*). No entanto, a consciência de que, nos tempos mais próximos, será difícil obter dados concretos para avançar nestas direcções, leva a uma postura mais realista de relegar estes objectivos para o médio/longo prazos.

Como facilmente se pode apreender, ficam em aberto alguns campos de pesquisa sobre a procura de electricidade pelas famílias, em Portugal, tendo este trabalho dado um pequeno contributo (e, espera-se, aberto algumas portas) para a compreensão dessa realidade.

## BIBLIOGRAFIA

- ACTON, J. P.; MITCHELL, B. M.; SOHLBERG, R. (1980)  
"Estimating Residential Electricity Demand Under Declining-Block Tariffs: An Econometric Study Using Micro-Data"  
Applied Economics, Vol. 12, N° 2, 145-161
  
- AIGNER, D. J.; LEAMER, E. E. (1984)  
"Estimation of Time-of-Use Pricing Response in the Absence of Experimental Data. An Application of the Methodology of Data Transferability"  
Journal of Econometrics, Vol. 26, N°s 1/2, 205-227
  
- BARNES, R.; GILLINGHAM, R.; HAGEMANN, R. (1981)  
"The Short-Run Residential Demand for Electricity"  
The Review of Economics and Statistics, Vol. LXIII, N° 4, 541-551
  
- BARTELS, R.; FIEBIG, D. G. (1990)  
"Integrating Direct Metering and Conditional Demand Analysis for Estimating End-Use Loads"  
The Energy Journal, Vol. 11, N° 4, 79-97
  
- BATTALIO, R. C.; KAGEL, J. H.; WINKLER, R. C.; WINETT, R. A. (1979)  
"Residential Electricity Demand: an Experimental Study"  
The Review of Economics and Statistics, Vol. LXI, N° 2, 180-189
  
- BAUDET, P.-A. (1982)  
"Présentation du Modèle de Demand d'Énergie de la Direction de la Prévision"  
Economie & Prévision, N° 55, 3-27





- BERG, S. V.; TSCHIRHART, J. (1988)  
Natural Monopoly Regulation. Principles and Practice  
Cambridge University Press, Cambridge
  
- BRANCH, E. R. (1993)  
"Short Run Income Elasticity of Demand for Residential Electricity Using Consumer Expenditure Survey Data"  
The Energy Journal, Vol. 14, Nº 4, 111-121
  
- CARGILL, T. F.; MEYER, R. A. (1971)  
"Estimating the Demand for Electricity by Time of Day"  
Applied Economics, Vol. 3, Nº 4, 233-246
  
- CHANG, H. S.; HSING, Y. (1991)  
"The Demand for Residential Electricity: New Evidence on Time-Varying Elasticities"  
Applied Economics, Vol. 23, Nº 7, 1251-1256
  
- CHERN, W. S.; BOUIS, H. E. (1988)  
"Structural Changes in Residential Electricity Demand"  
Energy Economics, Vol. 10, Nº 3, 213-222
  
- CHOW, G. C.; LIN, A. (1971)  
"Best Linear Unbiased Interpolation, Distribution, and Extrapolation of Time Series By Related Series"  
The Review of Economics and Statistics, Vol. LIII, Nº 4, 372-375
  
- DIRECÇÃO GERAL DE ENERGIA (1986)  
Balanço Energético. 1971-1985  
Direcção Geral de Energia, Ministério da Indústria e Comércio, Lisboa
  
- DIRECÇÃO GERAL DE ENERGIA (1989)  
Consumo de Energia no Sector Doméstico  
Direcção de Serviços de Planeamento e Estatística, Direcção Geral de Energia, Secretaria de Estado da Energia, Ministério da Indústria e Energia, Lisboa

- DIRECÇÃO GERAL DE ENERGIA (1991)  
Balanço Energético. 1985-1989  
 Direcção de Serviços de Planeamento e Estatística, Direcção Geral de Energia, Lisboa
  
- DIRECÇÃO GERAL DE ENERGIA (1993)  
Balanço Energético. 1987-1991  
 Direcção de Serviços de Planeamento e Assuntos Económicos, Direcção Geral de Energia, Lisboa
  
- DIRECÇÃO GERAL DE ENERGIA  
Estatísticas das Instalações Eléctricas  
 Volumes correspondentes aos anos de 1977 a 1984, Direcção Geral de Energia, Ministério da Indústria e Energia, Lisboa
  
- DIRECTORATE-GENERAL FOR ENERGY (DG XVII) (1993a)  
Energy in Europe  
 Annual Energy Review, Directorate-General for Energy (DG XVII), Commission of the European Communities, Brussels
  
- DIRECTORATE-GENERAL FOR ENERGY (DG XVII) (1993b)  
Energy in Europe  
 Annual Energy Review, Special Issue - April 1993, Directorate-General for Energy (DG XVII), Commission of the European Communities, Brussels
  
- DONNELLY, W. A.; DIESENDORF, M. (1985)  
 "Variable Elasticity Models for Electricity Demand"  
Energy Economics, Vol. 7, N° 3, 159-162
  
- DUBIN, J. A.; MCFADDEN, D. L. (1984)  
 "An Econometric Analysis of Residential Electric Appliance Holdings and Consumption"  
Econometrica, Vol. 52, N° 2, 345-362

- FERNÁNDEZ, R. B. (1981)  
 "A Methodological Note on the Estimation of Time Series"  
The Review of Economics and Statistics, Vol. LXIII, N° 3, 471-476
  
- GABOR, A. (1955-56)  
 "A Note on Block Tariffs"  
The Review of Economic Studies, Vol. XXIII, 32-41
  
- GARBACZ, C. (1983)  
 "A Model of Residential Demand for Electricity Using a National Household Sample"  
Energy Economics, Vol. 5, N° 2, 124-128
  
- GARBACZ, C. (1984)  
 "Residential Electricity Demand: A Suggested Appliance Stock Equation"  
The Energy Journal, Vol. 5, N° 2, 151-154
  
- GARBACZ, C. (1986)  
 "Seasonal and Regional Electricity Demand"  
The Energy Journal, Vol. 7, N° 2, 121-134
  
- HALVORSEN, R. (1975)  
 "Residential Demand for Electric Energy"  
The Review of Economics and Statistics, Vol. LVII, N° 1, 12-18
  
- HALVORSEN, R. (1976)  
 "Demand for Electric Energy in the United States"  
Southern Economic Journal, Vol. 42, 610-625
  
- HAUSMAN, J. A. (1979)  
 "Individual Discount Rates and the Purchase and Utilization of Energy-Using Durables"  
The Bell Journal of Economics, Vol. 10, N° 1, 33-54

- HAUSMAN, J. A.; KINNUCAN, M.; McFADDEN, D. (1979)  
 "A Two-Level Electricity Demand Model. Evaluation of The Connecticut Time-of-Day Pricing Test"  
Journal of Econometrics, Vol. 10, N° 3, 263-289
  
- HAUSMAN, W. J.; NEUFELD, J. L. (1989)  
 "Engineers and Economists: Historical Perspectives on the Pricing of Electricity"  
Technology and Culture, Vol. 30, N° 1, 83-104
  
- HAUSMAN, J. A.; TRIMBLE, J. (1984)  
 "Appliance Purchase and Usage Adaptation to a Permanent Time-of-Day Electricity Rate Schedule"  
Journal of Econometrics, Vol. 26, N°s 1/2, 115-139
  
- HAWDON, D. (1985)  
The Household Demand for Energy and Energy Using Appliances in the U. K.  
 Discussion Paper n° 25, Surrey Energy Economics Centre, University of Surrey
  
- HELDEN, G. J. V.; LEEFLANG, P. S. H.; STERKEN, E. (1987)  
 "Estimation of the Demand of Electricity"  
Applied Economics, Vol. 19, N° 1, 69-82
  
- HENDRICKS, W.; KOENKER, R.; PODLASEK, R. (1977)  
 "Consumption Patterns for Electricity"  
Journal of Econometrics, Vol. 5, N° 2, 135-153
  
- HENDRICKS, W.; KOENKER, R.; POIRIER, D. J. (1979)  
 "Residential Demand for Electricity. An Econometric Approach"  
Journal of Econometrics, Vol. 9, N°s 1/2, 33-57
  
- HOUTHAKKER, H. S. (1980)  
 "Residential Electricity Revisited"  
The Energy Journal, Vol. 1, N° 1, 29-41

- INSTITUTO NACIONAL DE ESTATÍSTICA (1992)  
Contas Nacionais Trimestrais  
 Instituto Nacional de Estatística, Lisboa
  
- INSTITUTO NACIONAL DE ESTATÍSTICA  
Anuário Estatístico  
 Volumes correspondentes aos anos de 1982 a 1989, Instituto Nacional de Estatística, Lisboa
  
- INSTITUTO NACIONAL DE ESTATÍSTICA  
Estatísticas Demográficas  
 Volumes correspondentes aos anos de 1977 a 1982, Instituto Nacional de Estatística, Lisboa
  
- INSTITUTO NACIONAL DE ESTATÍSTICA  
Índice de Preços no Consumidor  
 Volumes correspondentes aos meses de Janeiro de 1977 a Dezembro de 1988, Instituto Nacional de Estatística, Lisboa
  
- MENDES, Z. (1992)  
 "A Importância da Flexibilidade na Construção de Funções de Procura - o Caso da Função Translog"  
Estudos de Economia, Vol. XII, Nº 2, 209-216
  
- MENDES, Z. (1993)  
Tópicos de Microeconomia. Teoria da Procura e Dualidade  
 Textos de apoio, Nº 6/TA, Centro de Matemática Aplicada à Previsão e Decisão Económica, Instituto Superior de Economia e Gestão, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa
  
- MURRAY, M. P.; SPANN, R.; LAWRENCE, P.; BEAUVAIS, E. (1978)  
 "The Demand for Electricity in Virginia"  
The Review of Economics and Statistics, Vol. LX, Nº 4, 585-600
  
- NAGHSHPOUR, S.; WILLETT, K. (1992)  
 "Electricity Demand Studies Revisited: Problems of Using Aggregate Data"  
Resources and Energy, Vol. 14, Nº 3, 311-314

- NAINAR, S. M. K. (1989)  
 "Bootstrapping for Consistent Standard Errors for Translog Price Elasticities. Some Evidence from Industrial Electricity Demand"  
Energy Economics, Vol. 11, Nº 4, 319-322
  
- NORDIN, J. A. (1976)  
 "A Proposed Modification of Taylor's Demand Analysis: Comment"  
The Bell Journal of Economics, Vol. 7, 719-721
  
- PARTI, M.; PARTI, C. (1980)  
 "The Total and Appliance-Specific Conditional Demand for Electricity in the Household Sector"  
The Bell Journal of Economics, Vol. 11, Nº 1, 309-321
  
- PERCEBOIS, J. (1989)  
Economie de l'Énergie  
 Economica, Paris
  
- PINHEIRO, M.; COIMBRA, C. (1992)  
Distribution and Extrapolation of Time Series By Related Series Using Logarithms and Smoothing Penalties  
 Documento de trabalho, Gabinete de Estudos Económicos do Instituto Nacional de Estatística, Lisboa
  
- PLANO ENERGÉTICO NACIONAL (1990a)  
Análise Global da Procura de Energia. 1980-87  
 Documentos - Parte I - Análise Retrospectiva e Recursos Energéticos, Vol. 1, Plano Energético Nacional, Secretaria de Estado da Energia, Ministério da Indústria e Energia, Lisboa

- PLANO ENERGÉTICO NACIONAL (1990b)

Energia Eléctrica. 1980-87

Documentos - Parte I - Análise Retrospectiva e Recursos Energéticos, Vol. 2, Plano Energético Nacional, Secretaria de Estado da Energia, Ministério da Indústria e Energia, Lisboa

- PLANO ENERGÉTICO NACIONAL (1990c)

Cenários de Evolução da Procura de Energia. 1990-2010

Documentos - Parte II - Cenários de Desenvolvimento e Procura de Energia, Vol. 4, Plano Energético Nacional, Secretaria de Estado da Energia, Ministério da Indústria e Energia, Lisboa

- SHIN, J.-S. (1985)

"Perception of Price When Price Information Is Costly: Evidence from Residential Electricity Demand"

The Review of Economics and Statistics, Vol. LXVII, N° 4, 591-598

- SPIERER, C. (1982)

La Demand d'Énergie en Suisse

1<sup>ère</sup> édition, Librairie Droz, Genève

- TAYLOR, L. D. (1975)

"The Demand for Electricity: A Survey"

The Bell Journal of Economics, Vol. 6, N° 1, 74-110

- WESTLEY, G. D. (1984)

"Electricity Demand in a Developing Country"

The Review of Economics and Statistics, Vol. LXVI, N° 3, 459-467

- WESTLEY, G. D. (1989)

"Commercial Electricity Demand in a Central American Economy"

Applied Economics, Vol. 21, N° 1, 1-17

- YU, E. S. H.; JIN, J. C. (1992)

"Cointegration Tests of Energy Consumption, Income, and Employment"

Resources and Energy, Vol. 14, N° 3, 259-266



## **ANEXOS**

## ANEXO 1

### DETERMINAÇÃO DO PONTO DE INFLEXÃO DA FUNÇÃO DE *STOCK* E DO VALOR QUE ESTA ASSUME NESSE PONTO

O período que marca a mudança do ritmo de convergência do *stock* efectivamente detido para o *stock* desejado - o período  $t_I$  - é um ponto de inflexão da curva representada na Figura 8 (página 55). É, portanto, um ponto em que a segunda derivada da função (20) é nula. Então, para determinar  $t_I$ , terá de se saber o valor de  $t$  que anula  $\frac{d^2s_t}{dt^2}$ . Para tal, comece-se por escrever  $\frac{ds_t}{dt}$ , a partir de (20)<sup>1</sup>,

$$\frac{ds_t}{dt} = s^* \left(\frac{s_0}{s^*}\right)^{(1-\lambda)t} \ln \frac{s_0}{s^*} (1-\lambda)^t \ln(1-\lambda) = s^* \ln \frac{s_0}{s^*} \ln(1-\lambda) \left(\frac{s_0}{s^*}\right)^{(1-\lambda)t} (1-\lambda)^t.$$

A partir da expressão anterior, calcule-se  $\frac{d^2s_t}{dt^2}$ ,

$$\begin{aligned} \frac{d^2s_t}{dt^2} &= s^* \ln \frac{s_0}{s^*} \ln(1-\lambda) \left[ \left(\frac{s_0}{s^*}\right)^{(1-\lambda)t} \ln \frac{s_0}{s^*} (1-\lambda)^t \ln(1-\lambda) (1-\lambda)^t + \right. \\ &\quad \left. + (1-\lambda)^t \ln(1-\lambda) \left(\frac{s_0}{s^*}\right)^{(1-\lambda)t} \right] = \\ &= s^* \ln \frac{s_0}{s^*} \ln(1-\lambda) \left(\frac{s_0}{s^*}\right)^{(1-\lambda)t} (1-\lambda)^t \ln(1-\lambda) \left[ \ln \frac{s_0}{s^*} (1-\lambda)^t + 1 \right]. \end{aligned}$$

Igualando a segunda derivada a zero, tem-se,

$$\frac{d^2s_t}{dt^2} = 0 \Leftrightarrow$$

---

<sup>1</sup>Relembre-se que a derivada de  $k^{f(x)}$ , sendo  $k$  constante, é,  $k^{f(x)} \ln k f'(x)$ .

$$\Leftrightarrow s^* \ln \frac{s_0}{s^*} \ln(1 - \lambda) \left( \frac{s_0}{s^*} \right)^{(1 - \lambda)^t} (1 - \lambda)^t \ln(1 - \lambda) \left[ \ln \frac{s_0}{s^*} (1 - \lambda)^t + 1 \right] = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left( \frac{s_0}{s^*} \right)^{(1 - \lambda)^t} (1 - \lambda)^t \left[ \ln \frac{s_0}{s^*} (1 - \lambda)^t + 1 \right] = \frac{0}{s^* \ln \frac{s_0}{s^*} \ln(1 - \lambda) \ln(1 - \lambda)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left( \frac{s_0}{s^*} \right)^{(1 - \lambda)^t} (1 - \lambda)^t \left[ \ln \frac{s_0}{s^*} (1 - \lambda)^t + 1 \right] = 0.$$

Repare-se que a expressão que passou a dividir para o segundo membro, na penúltima passagem, é constituída por constantes que não se anulam -  $s^* \neq 0$ ;  $\ln \frac{s_0}{s^*} \neq 0$ , porque  $\frac{s_0}{s^*} \neq 1$ , já que,  $s_0 < s^*$ ;  $\ln(1 - \lambda) \neq 0$ , excluindo a situação extrema  $\lambda = 0$  - não havendo, portanto, problema quanto a essa passagem. Note-se agora que as exponenciais  $\left( \frac{s_0}{s^*} \right)^{(1 - \lambda)^t}$  e  $(1 - \lambda)^t$  nunca se anulam (exceptuando o caso limite  $\lambda = 1$ , para  $(1 - \lambda)^t$ ), pelo que, também podem passar para o segundo membro a dividir,

$$\left( \frac{s_0}{s^*} \right)^{(1 - \lambda)^t} (1 - \lambda)^t \left[ \ln \frac{s_0}{s^*} (1 - \lambda)^t + 1 \right] = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln \frac{s_0}{s^*} (1 - \lambda)^t + 1 = \frac{0}{\left( \frac{s_0}{s^*} \right)^{(1 - \lambda)^t} (1 - \lambda)^t} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln \frac{s_0}{s^*} (1 - \lambda)^t + 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln \frac{s_0}{s^*} (1 - \lambda)^t = -1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (1 - \lambda)^t = \frac{-1}{\ln \frac{s_0}{s^*}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (1 - \lambda)^t = \frac{-1}{\ln \left( \frac{s^*}{s_0} \right)^{-1}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (1 - \lambda)^t = \frac{-1}{-\ln \frac{s^*}{s_0}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (1 - \lambda)^t = \frac{1}{\ln \frac{s^*}{s_0}} .$$

Atendendo a que ambos os membros da igualdade anterior são positivos (exceptuando o caso limite  $\lambda = 1$ , para  $(1 - \lambda)^t$ ), podem tomar-se os respectivos logaritmos,

$$(1 - \lambda)^t = \frac{1}{\ln \frac{s^*}{s_0}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln(1 - \lambda)^t = \ln \frac{1}{\ln \frac{s^*}{s_0}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t \ln(1 - \lambda) = \ln \left[ \left( \ln \frac{s^*}{s_0} \right)^{-1} \right] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-\ln \left( \ln \frac{s^*}{s_0} \right)}{\ln(1 - \lambda)} .$$

Este é o ponto de inflexão da curva que representa  $s_t^2$ , ou seja, é o valor de  $t_I$ ,

$$t_I = \frac{-\ln \left( \ln \frac{s^*}{s_0} \right)}{\ln(1 - \lambda)} .$$

Terá agora interesse verificar que o valor assumido por  $s_t$  em  $t_I$  é o indicado no gráfico da Figura 8,  $s_{t_I} = \frac{s^*}{e}$ . Tem-se, de (20),

$$s_{t_I} = s^* \left( \frac{s_0}{s^*} \right)^{(1 - \lambda) \frac{-\ln \left( \ln \frac{s^*}{s_0} \right)}{\ln(1 - \lambda)}} \Leftrightarrow$$

---

<sup>2</sup>Em rigor, para concluir que  $t_I = \frac{-\ln \left( \ln \frac{s^*}{s_0} \right)}{\ln(1 - \lambda)}$  é o ponto de inflexão da curva que representa  $s_t$ , teria de se garantir que a terceira derivada de  $s_t$ , tomada naquele ponto, fosse diferente de zero, isto é,  $\left. \frac{d^3 s_t}{dt^3} \right|_{t=t_I} \neq 0$ . Esta desigualdade é efectivamente verificada e só não se demonstra aqui, devido à grande extensão das expressões analíticas envolvidas, o que tornaria o texto extremamente "pesado".

$$\Leftrightarrow \frac{s_{t_I}}{s^*} = \left(\frac{s_0}{s^*}\right)^{(1-\lambda)} \frac{\frac{-\ln\left(\ln \frac{s^*}{s_0}\right)}{\ln(1-\lambda)}}{\ln(1-\lambda)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln \frac{s_{t_I}}{s^*} = \ln\left(\frac{s_0}{s^*}\right)^{(1-\lambda)} \frac{\frac{-\ln\left(\ln \frac{s^*}{s_0}\right)}{\ln(1-\lambda)}}{\ln(1-\lambda)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln \frac{s_{t_I}}{s^*} = (1-\lambda) \frac{-\ln\left(\ln \frac{s^*}{s_0}\right)}{\ln(1-\lambda)} \ln \frac{s_0}{s^*} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\ln \frac{s_{t_I}}{s^*} = (1-\lambda) \frac{-\ln\left(\ln \frac{s^*}{s_0}\right)}{\ln(1-\lambda)} \left(-\ln \frac{s_0}{s^*}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(-\ln \frac{s_{t_I}}{s^*}\right) = \ln\left[\frac{\frac{-\ln\left(\ln \frac{s^*}{s_0}\right)}{\ln(1-\lambda)}}{(1-\lambda) \left(-\ln \frac{s_0}{s^*}\right)}\right].$$

Note-se que não há problema em tomar o logaritmo de ambos os membros, porque ambos são positivos. No caso do membro esquerdo,  $-\ln \frac{s_{t_I}}{s^*} > 0$ , porque  $s_{t_I} < s^*$ , logo  $\frac{s_{t_I}}{s^*} < 1$  e  $\ln \frac{s_{t_I}}{s^*} < 0$ . No caso do membro direito,  $-\ln \frac{s_0}{s^*} > 0$ , porque  $s_0 < s^*$ , logo  $\frac{s_0}{s^*} < 1$  e  $\ln \frac{s_0}{s^*} < 0$ . Então, continuando, vem,

$$\ln\left(-\ln \frac{s_{t_I}}{s^*}\right) = \ln(1-\lambda) \frac{\frac{-\ln\left(\ln \frac{s^*}{s_0}\right)}{\ln(1-\lambda)}}{\ln(1-\lambda)} + \ln\left(-\ln \frac{s_0}{s^*}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(-\ln \frac{s_{t_I}}{s^*}\right) = \frac{-\ln\left(\ln \frac{s^*}{s_0}\right)}{\ln(1-\lambda)} \ln(1-\lambda) + \ln\left(-\ln \frac{s_0}{s^*}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(-\ln \frac{s_{t_I}}{s^*}\right) = -\ln\left(\ln \frac{s^*}{s_0}\right) + \ln\left[-\ln\left(\frac{s^*}{s_0}\right)^{-1}\right] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(-\ln \frac{s_{t_I}}{s^*}\right) = -\ln\left(\ln \frac{s^*}{s_0}\right) + \ln\left(\ln \frac{s^*}{s_0}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(-\ln \frac{s_{t_I}}{s^*}\right) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \exp\left[\ln\left(-\ln \frac{s_{t_I}}{s^*}\right)\right] = \exp(0) .$$

Como  $\exp(0) = e^0 = 1$ , vem,

$$-\ln \frac{s_{t_I}}{s^*} = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln \frac{s_{t_I}}{s^*} = -1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \exp\left(\ln \frac{s_{t_I}}{s^*}\right) = \exp(-1) .$$

Como  $\exp(-1) = e^{-1} = \frac{1}{e}$ , vem,

$$\frac{s_{t_I}}{s^*} = \frac{1}{e} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow s_{t_I} = \frac{s^*}{e} ,$$

como se pretendia provar.

## ANEXO 2

### DETERMINAÇÃO DA ESTRUTURA ÓPTIMA DE TARIFAS À LUZ DA TEORIA DO MONOPÓLIO REGULAMENTADO

Antes de entrar na determinação da estrutura óptima de tarifas, propriamente dita, realce-se que se vai considerar apenas o caso em que o preço da electricidade varia em função da quantidade de electricidade consumida por um dado consumidor (as estruturas de tarifas apresentadas em 2.3.3), omitindo-se o caso em que o preço da electricidade varia em função do período de tempo em que esta é consumida (períodos de baixo consumo e períodos de elevado consumo), o que tem interesse para modelos do tipo *time-of-day* (veja-se o ponto 2.5.1), mas não para o modelo apresentado em 2.3, o qual não incorpora esta variante.

Em geral, a produção e distribuição de electricidade é efectuada por uma só empresa (não considerando algumas pequenas autoproduções que, a uma escala nacional, não afectam a quase exclusividade da empresa produtora de electricidade), o que leva a considerar o mercado da electricidade como um caso de monopólio, susceptível da seguinte representação gráfica,

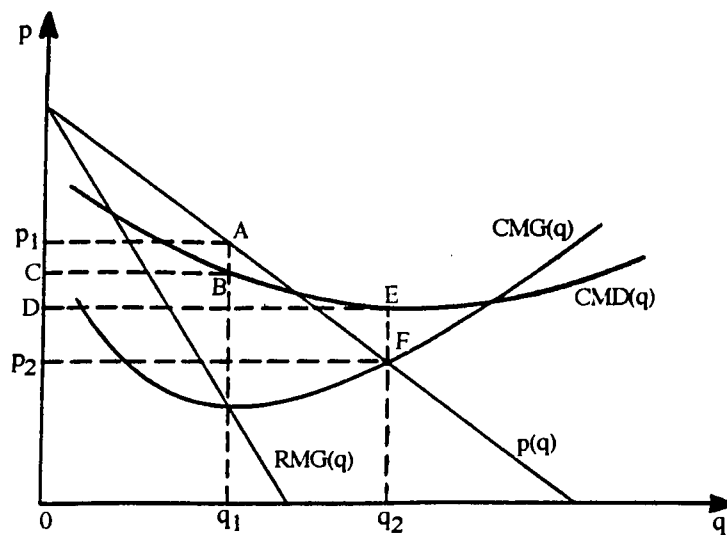


FIGURA A2

Tenham-se em atenção os seguintes aspectos sobre a notação presente na Figura A2:

- o eixo das abcissas é o eixo das quantidades,  $q$ ;
- o eixo das ordenadas é o eixo dos preços,  $p$ ;
- a recta  $p(q)$  representa a relação entre o preço e a quantidade;
- a recta  $RMG(q)$  representa a relação entre a receita marginal e a quantidade;
- a curva  $CMG(q)$  representa a relação entre os custos marginais e a quantidade;
- a curva  $CMD(q)$  representa a relação entre os custos médios e a quantidade.

Como é usual, o monopolista vai produzir no ponto em que maximiza o lucro, o qual é dado por,

$$\pi = RT(q) - CT(q), \quad (A2-1)$$



onde  $\pi$  é o lucro,  $RT(q)$  as receitas totais e  $CT(q)$  os custos totais. Mas, da condição de primeira ordem de maximização de (A2-1), vem,

$$\begin{aligned}\frac{d\pi}{dq} &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{dRT(q)}{dq} - \frac{dCT(q)}{dq} &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow RMG(q) &= CMG(q),\end{aligned}$$

resultado este bem conhecido da teoria do monopólio.

Repare-se que, no ponto em que  $RMG(q) = CMG(q)$ , o monopolista produz  $q_1$  que vende ao preço  $p_1$ , tendo os custos totais dados pela área do rectângulo  $[0, q_1, B, C]$  e as receitas totais dadas pela área do rectângulo  $[0, q_1, A, p_1]$ , donde resultam os lucros anormais dados pela área do rectângulo  $[C, B, A, p_1]$ .

A situação atrás descrita é típica de um monopolista privado, o que não se passa (na generalidade dos casos) no mercado da electricidade. Na verdade, as companhias produtoras de electricidade são, em geral, empresas com uma forte intervenção do Estado, o qual interfere decisivamente na sua gestão, impondo-lhes outros objectivos que não o da maximização do lucro. Uma das preocupações do Estado será a maximização do bem-estar social de ambas as partes do mercado: do lado da produção, uma medida do bem-estar pode ser dada pelo lucro da companhia produtora de electricidade; do lado do consumo, uma medida do bem-estar pode ser dada pelo excedente do consumidor. Assim, o objectivo seria maximizar,

$$W = EC + \pi, \tag{A2-2}$$

onde  $W$  é o bem-estar social e  $EC$  o excedente do consumidor. Como é conhecido da microeconomia clássica, o excedente do consumidor pode ser dado por,

$$EC = \int_0^q p(x)dx - p(q)q, \quad (A2-3)$$

supondo que  $q$  é a quantidade consumida.

Por outro lado, atendendo a que  $RT(q) = p(q)q$ , (A2-1) pode reescrever-se como,

$$\pi = p(q)q - CT(q). \quad (A2-4)$$

Substituindo agora (A2-3) e (A2-4) em (A2-2), vem,

$$W = \int_0^q p(x)dx - p(q)q + p(q)q - CT(q) = \int_0^q p(x)dx - CT(q). \quad (A2-5)$$

A condição de primeira ordem de maximização de (A2-5) é,

$$\frac{dW}{dq} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow p(q) - CMG(q) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow p(q) = CMG(q),$$

relembrando que a derivada do integral indefinido em ordem ao limite superior de integração é a função integranda tomada no limite superior de integração.

Esta situação de maximização do bem-estar social (típica num mercado de concorrência perfeita) não é viável num mercado de monopólio porque, como se pode ver pela Figura A2, no ponto em que  $p(q) = CMG(q)$ , o monopolista produz  $q_2$  que vende ao preço  $p_2$ , sendo os custos totais dados pela área do rectângulo  $[0, q_2, E, D]$  e as receitas totais dadas pela área do rectângulo  $[0, q_2, F, p_2]$ , donde resultam os prejuízos dados pela área do rectângulo  $[p_2, F, E, D]$ .

Daqui resulta que a maximização do bem-estar social traz prejuízos para o monopolista, pondo em causa a viabilidade económica do seu negócio. Uma hipótese para solucionar este

dilema pode ser a de obrigar o monopolista a produzir no ponto em que  $p(q) = CMG(q)$  (onde o bem-estar social é maximizado), sendo os seus prejuízos compensados pelos consumidores, os quais seriam obrigados a pagar ao monopolista uma tarifa fixa, cujo volume global seria igual ao prejuízo que o monopolista teria pelo facto de produzir no ponto em que  $p(q) = CMG(q)$  - dar-se-ia, assim, uma transferência do excedente do consumidor para o monopolista (sob a forma de uma tarifa fixa), por forma a eliminar os prejuízos deste e a viabilizar economicamente a produção no ponto em  $p(q) = CMG(q)$ .

Estão, assim, lançadas as bases para uma estrutura de tarifas, indo aqui analisar-se o caso mais simples de uma tarifa fixa, TF, independente da quantidade consumida, e um único escalão de consumo, a que se aplicará o preço  $p^1$ . Nestas condições e supondo um dado consumidor que consome  $q$  unidades, a sua despesa será,  $TF + pq$ .

Um aspecto decisivo na formalização desta situação é a consideração do número de consumidores existentes na economia em causa como sendo uma variável e não uma constante. Nesta linha de ideias, suponha-se que se conseguem classificar os consumidores existentes na economia em função de um dado conjunto de características, características estas que se conseguem sintetizar na variável  $\theta$ . A distribuição dos consumidores em função desse conjunto de características, ou seja, em função de  $\theta$ , realiza-se de uma forma contínua, representando-se a respectiva função de densidade por  $f(\theta)$ . Supondo, sem perda de generalidade, que  $0 \leq \theta \leq 1$ , o número de consumidores existentes na economia, que se designará por  $\tilde{N}$ , será dado por,

$$\tilde{N} = \int_0^1 f(\theta) d\theta. \quad (A2-6)$$

---

<sup>1</sup>Note-se que a estrutura de tarifas apresentada tem apenas dois blocos: o primeiro, onde é praticada a tarifa fixa TF, que não depende da quantidade consumida (basta que o consumidor consuma o bem para pagar TF, independentemente de quanto consome); o segundo, onde é praticado o preço  $p$ , o qual se aplica a todas as quantidades consumidas.

No entanto, a análise e as conclusões que se irão tirar permanecem válidas para estruturas de tarifas com mais blocos, até porque, como Gabor mostrou [veja-se Gabor (1955-56)], qualquer estrutura de tarifas por blocos pode reduzir-se a uma estrutura de tarifas em dois blocos.

A procura de electricidade dos consumidores do tipo  $\theta^*$  (entende-se por consumidores do tipo  $\theta^*$ , os consumidores que, em relação ao conjunto de características acima referido, assumem determinados valores, os quais se traduzem no valor  $\theta^*$  assumido pela variável  $\theta$ ) é dada por,

$$q[p, TF, M(\theta^*), \theta^*], \quad (A2-7)$$

onde  $M(\theta^*)$  é o rendimento (orçamento) dos consumidores do tipo  $\theta^*$ .

De forma semelhante, a função de utilidade indirecta (relativa ao consumo de electricidade) dos consumidores do tipo  $\theta^*$  é dada por,

$$V[p, TF, M(\theta^*), \theta^*]. \quad (A2-8)$$

Vai assumir-se que  $\frac{\partial V}{\partial \theta} \leq 0$ , ou seja, a utilidade varia inversamente com  $\theta$ , pelo que, para dados valores de  $p$  e  $TF$  (e recordando que  $0 \leq \theta \leq 1$ ): se  $\theta \rightarrow 1$ , ter-se-á uma procura fraca; se  $\theta \rightarrow 0$ , ter-se-á uma procura forte.

Até agora, trabalhou-se com o número de consumidores na economia. Mas, de maior interesse para o monopolista é o número de consumidores no mercado específico da electricidade. Para fazer a ligação entre estas duas variáveis, suponha-se que existe um valor de  $\theta$ , seja ele  $\hat{\theta}$ , tal que os consumidores existentes na economia com valores de  $\theta$  acima de  $\hat{\theta}$  não entram no mercado da electricidade. É óbvio que  $\hat{\theta}$  irá depender de  $p$  e de  $TF$ , ou seja,  $\hat{\theta} = \hat{\theta}(p, TF)$ . Então, o número de consumidores no mercado da electricidade, que se designará por  $N$ , é dado por,

$$N = \int_0^{\hat{\theta}(p, TF)} f(\theta) d\theta. \quad (A2-9)$$

A definição do número de consumidores no mercado da electricidade permite obter a produção total de electricidade, que se designará por  $Q$ , como sendo,

$$Q = \int_0^{\hat{\theta}(p,TF)} q[p,TF,M(\theta),\theta]f(\theta)d\theta . \quad (A2-10)$$

Nestas condições, o lucro do monopolista será dado por,

$$\pi = TF N + pQ - CT(Q), \quad (A2-11)$$

onde,  $TF N$  são as receitas provenientes da tarifa fixa paga por cada um dos  $N$  consumidores de electricidade,  $pQ$  são as receitas provenientes da venda de electricidade propriamente dita e  $CT(Q)$  os custos totais tidos com a produção de  $Q$  unidades de electricidade.

Finalmente, defina-se o bem-estar dos consumidores de electricidade, que se designará por  $v$ , como sendo,

$$v = \int_0^{\hat{\theta}(p,TF)} w(\theta)V[p,TF,M(\theta),\theta]f(\theta)d\theta , \quad (A2-12)$$

onde  $w(\theta)$  é uma função ponderadora da electricidade, a qual pondera esta de acordo com o seu valor social marginal [veja-se Berg e Tschirhart (1988) - pg. 111].

Definido o quadro de hipóteses sobre a estrutura do mercado monopolista da electricidade, vai agora entrar-se na questão da determinação da tarifa fixa e do preço óptimos (relembre-se que se está perante uma estrutura de tarifas em dois blocos, sendo praticadas uma tarifa fixa,  $TF$ , independente do nível de consumo, e um preço,  $p$ , que se aplica à quantidade consumida). A ideia inicial (que conduziu à escolha de uma estrutura de tarifas em dois blocos) de que se deveria obrigar o monopolista a produzir no ponto em que  $p(q) = CMG(q)$  (onde o bem-estar social é maximizado), sendo os prejuízos daí resultantes pagos pelos consumidores de electricidade sob a forma de uma tarifa fixa, assenta numa simplificação abusiva da realidade. Na verdade, a determinação da tarifa fixa e do preço óptimos não é feita de forma tão linear como a atrás referida (primeiro, fixa-se  $p(q) = CMG(q)$  e, em

segundo lugar, determina-se TF, dividindo os prejuízos do monopolista pelo número de consumidores de electricidade), o que se deve à consideração dos seguintes aspectos:

- A TF causa distorções na economia, pois ela não é aplicada a todos os consumidores presentes na economia, mas apenas aos consumidores de electricidade.
- Podem existir consumidores que se encontrem dispostos a pagar  $p(q) = CMG(q)$ , mas cujo excedente é inferior à tarifa fixa, ou seja,  $EC < TF$ , o que os leva a não comprar nada, pois os seus ganhos de transacção seriam negativos. Talvez um ligeiro aumento do preço (acima do custo marginal) e uma diminuição da tarifa fixa (garantindo a não existência de prejuízos para o monopolista) fizesse esses consumidores entrar no mercado da electricidade.
- A TF afecta a quantidade produzida de electricidade,  $Q$ , porque há consumidores que não podem pagá-la para ter acesso ao consumo de electricidade (neste sentido, a tarifa fixa pode ser vista como uma taxa de acesso ao mercado da electricidade, ou seja, como uma espécie de "prémio" pago pelos consumidores ao monopolista, para poderem ter acesso ao bem produzido por este). Mas, ao afectar  $Q$ , a tarifa fixa afecta o custo marginal que depende de  $Q$  e, conseqüentemente, afecta o preço que, mesmo que não se imponha ser igual ao custo marginal (veja-se o parágrafo anterior) deverá ter alguma relação com este. Esta interdependência entre a tarifa fixa e o preço invalida que, primeiro, se determine  $p$  e, depois, TF (a ideia inicial acima referida), levando à conclusão de que a determinação de TF e  $p$  tem de ser simultânea.

A consideração dos aspectos atrás referidos (em especial, os citados no último parágrafo) levam a que a determinação da tarifa fixa e do preço óptimos, no mercado monopolista da electricidade, se façam através da maximização de (A2-12) (o bem-estar dos consumidores

de electricidade), sujeita à restrição de que (A2-11) seja nulo (ou seja, inexistência, quer de lucros anormais, quer de prejuízos, para o monopolista). Formalizando (com recurso à função lagrangeana), tem-se,

$$\max_{p, TF, \lambda} L = v + \lambda \pi, \quad (A2-13)$$

onde  $\lambda$  é o conhecido multiplicador de lagrange.

Repare-se que, ao se maximizar  $v$  sujeito a que  $\pi = 0$ , não se está a garantir que  $p(q) = CMG(q)$ , devido à determinação simultânea de  $TF$  e  $p$  atrás referida, mas sim, a garantir que  $p$  fica o mais próximo possível de  $CMG$ , dando  $TF$  para cobrir o défice daí resultante para o monopolista. Regressando à Figura A2, a resolução de (A2-13) não garante a produção em  $q_1$ , mas sim num ponto o mais possível perto de  $q_1$  (entre  $q_1$  e  $q_2$ ), onde se maximize  $v$  sujeito a  $\pi = 0$ .

As condições de primeira ordem para a resolução de (A2-13) são,

$$\frac{\partial L}{\partial p} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial v}{\partial p} + \lambda \frac{\partial \pi}{\partial p} = 0, \quad (A2-14)$$

$$\frac{\partial L}{\partial TF} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial v}{\partial TF} + \lambda \frac{\partial \pi}{\partial TF} = 0, \quad (A2-15)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Leftrightarrow \pi = 0. \quad (A2-16)$$

Vão desenvolver-se estas três condições de primeira ordem.

Começando por (A2-14), veja-se  $\frac{\partial v}{\partial p}$ , atendendo à expressão de  $v$  dada por (A2-12).

$$\frac{\partial v}{\partial p} = \frac{\partial \hat{\theta}}{\partial p} w(\hat{\theta}) V[p, TF, M(\hat{\theta}), \hat{\theta}] f(\hat{\theta}) + \int_0^{\hat{\theta}} w(\theta) \frac{\partial V}{\partial p} f(\theta) d\theta,$$

o que se justifica por  $p$  estar presente, quer no limite superior de integração,  $\hat{\theta}(p, TF)$  (caso em que se aplica a regra de derivação do integral indefinido em ordem ao limite superior de integração), quer em  $V[p, TF, M(\theta), \theta]$ .

Relembrando que os consumidores do tipo  $\hat{\theta}$  são os consumidores marginais, ou seja, os últimos a entrarem no mercado da electricidade, vem que a sua utilidade é zero (eles encontram-se no ponto em que não ganham nem perdem com a entrada no mercado da electricidade), isto é,  $V[p, TF, M(\hat{\theta}), \hat{\theta}] = 0$ . Assim, a primeira parcela da expressão anterior anula-se e fica,

$$\frac{\partial v}{\partial p} = \int_0^{\hat{\theta}} w(\theta) \frac{\partial V}{\partial p} f(\theta) d\theta . \quad (A2-17)$$

Recordando a Identidade de Roy [veja-se Mendes (1993) - pg. 56], tem-se,

$$\begin{aligned} -\frac{\frac{\partial V}{\partial p}}{\frac{\partial V}{\partial M}} &= q[p, TF, M(\theta), \theta] \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{\partial V}{\partial p} &= -\frac{\partial V}{\partial M} q[p, TF, M(\theta), \theta]. \end{aligned} \quad (A2-18)$$

Substituindo (A2-18) em (A2-17), vem,

$$\frac{\partial v}{\partial p} = \int_0^{\hat{\theta}} w(\theta) \left( -\frac{\partial V}{\partial M} \right) q[p, TF, M(\theta), \theta] f(\theta) d\theta . \quad (A2-19)$$

Assumindo que os problemas de distribuição do rendimento podem ser ignorados, ou então, que a presente distribuição do rendimento é aceitável, vem,

$$w(\theta) = \frac{1}{\frac{\partial V}{\partial M}} , \quad (A2-20)$$



ou seja, cada consumidor tem a sua utilidade ponderada pelo inverso da sua utilidade marginal do rendimento. Isto significa que, por cada escudo a mais disponível na economia, o ganho de bem-estar é sempre o mesmo, qualquer que seja o consumidor a receber esse escudo extra, porque a utilidade adicional (marginal) obtida por esse consumidor (resultante do escudo extra) é ponderada pelo seu inverso, o que vai dar 1. Daqui advém que a distribuição do rendimento não é posta em causa, como acima se disse, já que, o ganho de bem-estar é o mesmo para todo e qualquer consumidor.

Substituindo (A2-20) em (A2-19), vem,

$$\frac{\partial v}{\partial p} = \int_0^{\hat{\theta}} \left( \frac{1}{\frac{\partial V}{\partial M}} - \frac{\partial V}{\partial M} \right) q[p, TF, M(\theta), \theta] f(\theta) d\theta = - \int_0^{\hat{\theta}} q[p, TF, M(\theta), \theta] f(\theta) d\theta = -Q, \quad (A2-21)$$

tendo a última passagem efectuado-se por (A2-10).

Veja-se agora  $\frac{\partial \pi}{\partial p}$ , atendendo à expressão de  $\pi$  dada por (A2-11).

$$\frac{\partial \pi}{\partial p} = Q + p \frac{\partial Q}{\partial p} + TF \frac{\partial N}{\partial p} - \frac{\partial CT(Q)}{\partial Q} \frac{\partial Q}{\partial p} = Q + p \frac{\partial Q}{\partial p} + TF \frac{\partial N}{\partial p} - CMG \frac{\partial Q}{\partial p}. \quad (A2-22)$$

Calcule-se  $\frac{\partial Q}{\partial p}$ , com base na expressão de  $Q$  dada por (A2-10).

$$\frac{\partial Q}{\partial p} = \frac{\partial \hat{\theta}}{\partial p} q[p, TF, M(\hat{\theta}), \hat{\theta}] f(\hat{\theta}) + \int_0^{\hat{\theta}} \frac{\partial q}{\partial p} f(\theta) d\theta,$$

o que se justifica por  $p$  estar presente, quer no limite superior de integração,  $\hat{\theta}(p, TF)$  (caso em que se aplica a regra de derivação do integral indefinido em ordem ao limite superior de integração), quer em  $q[p, TF, M(\theta), \theta]$ . Considerando as seguintes notações,  $\frac{\partial \hat{\theta}}{\partial p} f(\hat{\theta}) = \hat{\theta}_p$ ,

$$q[p, TF, M(\hat{\theta}), \hat{\theta}] = \hat{q} \text{ e } \int_0^{\hat{\theta}} \frac{\partial q}{\partial p} f(\theta) d\theta = Q_p, \text{ fica,}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial p} = \hat{\theta}_p \hat{q} + Q_p. \quad (A2-23)$$

Calcule-se  $\frac{\partial N}{\partial p}$ , com base na expressão de N dada por (A2-9).

$$\frac{\partial N}{\partial p} = \frac{\partial \hat{\theta}}{\partial p} f(\hat{\theta}).$$

Atendendo à notação atrás referida, tem-se,  $\frac{\partial \hat{\theta}}{\partial p} f(\hat{\theta}) = \hat{\theta}_p$ , donde vem,

$$\frac{\partial N}{\partial p} = \hat{\theta}_p. \quad (A2-24)$$

Então, substituindo (A2-23) e (A2-24) em (A2-22), fica,

$$\frac{\partial \pi}{\partial p} = Q + p(\hat{\theta}_p \hat{q} + Q_p) + TF \hat{\theta}_p - CMG(\hat{\theta}_p \hat{q} + Q_p). \quad (A2-25)$$

Finalmente, substituindo (A2-21) e (A2-25) na condição de primeira ordem de máximo (A2-14), vem,

$$-Q + \lambda[Q + p(\hat{\theta}_p \hat{q} + Q_p) + TF \hat{\theta}_p - CMG(\hat{\theta}_p \hat{q} + Q_p)] = 0. \quad (A2-26)$$

Vai agora desenvolver-se (A2-15). Calcule-se, em primeiro lugar,  $\frac{\partial v}{\partial TF}$ , atendendo à expressão de v dada por (A2-12).

$$\frac{\partial v}{\partial TF} = \frac{\partial \hat{\theta}}{\partial TF} w(\hat{\theta}) V[p, TF, M(\hat{\theta}), \hat{\theta}] f(\hat{\theta}) + \int_0^{\hat{\theta}} w(\theta) \frac{\partial V}{\partial TF} f(\theta) d\theta,$$

o que se justifica por p estar presente, quer no limite superior de integração,  $\hat{\theta}(p, TF)$  (caso em que se aplica a regra de derivação do integral indefinido em ordem ao limite superior de integração), quer em  $V[p, TF, M(\theta), \theta]$ .

Relembrando que  $V[p, TF, M(\hat{\theta}), \hat{\theta}] = 0$ , pelas razões já referidas na dedução de  $\frac{\partial v}{\partial p}$ , a expressão acima fica,

$$\frac{\partial v}{\partial TF} = \int_0^{\hat{\theta}} w(\theta) \frac{\partial V}{\partial TF} f(\theta) d\theta. \quad (A2-27)$$

Se se atender a que, para o consumidor, a tarifa fixa é equivalente a uma redução do rendimento (orçamento), vem,  $\frac{\partial V}{\partial TF} = - \frac{\partial V}{\partial M}$ , resultado este que se pode substituir em (A2-27),

$$\frac{\partial v}{\partial TF} = \int_0^{\hat{\theta}} w(\theta) \left( - \frac{\partial V}{\partial M} \right) f(\theta) d\theta. \quad (A2-28)$$

Fazendo  $w(\theta) = \frac{1}{\frac{\partial V}{\partial M}}$ , tal como na dedução de  $\frac{\partial v}{\partial p}$ , vem,

$$\frac{\partial v}{\partial TF} = \int_0^{\hat{\theta}} \frac{1}{\frac{\partial V}{\partial M}} \left( - \frac{\partial V}{\partial M} \right) f(\theta) d\theta = - \int_0^{\hat{\theta}} f(\theta) d\theta = -N, \quad (A2-29)$$

tendo a última passagem efectuado-se por (A2-9).

Veja-se agora  $\frac{\partial \pi}{\partial TF}$ , atendendo à expressão de  $\pi$  dada por (A2-11).

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi}{\partial TF} &= N + p \frac{\partial Q}{\partial TF} + TF \frac{\partial N}{\partial TF} - \frac{\partial CT(Q)}{\partial Q} \frac{\partial Q}{\partial TF} = \\ &= N + p \frac{\partial Q}{\partial TF} + TF \frac{\partial N}{\partial TF} - CMG \frac{\partial Q}{\partial TF}. \end{aligned} \quad (A2-30)$$

Calcule-se  $\frac{\partial Q}{\partial TF}$ , com base na expressão de  $Q$  dada por (A2-10).

$$\frac{\partial Q}{\partial TF} = \frac{\partial \hat{\theta}}{\partial TF} q[p, TF, M(\hat{\theta}), \hat{\theta}] f(\hat{\theta}) + \int_0^{\hat{\theta}} \frac{\partial q}{\partial TF} f(\theta) d\theta,$$

o que se justifica por  $TF$  estar presente, quer no limite superior de integração  $\hat{\theta}(p, TF)$  (caso em que se aplica a regra de derivação do integral indefinido em ordem ao limite superior de

integração), quer em  $q[p, TF, M(\theta), \theta]$ . Considerando as seguintes notações,  $\frac{\partial \hat{\theta}}{\partial TF} f(\hat{\theta}) =$   
 $= \hat{\theta}_{TF}$ ,  $q[p, TF, M(\hat{\theta}), \hat{\theta}] = \hat{q}$  (esta já atrás referida) e  $\int_0^{\hat{\theta}} \frac{\partial q}{\partial TF} f(\theta) d\theta = Q_{TF}$ , fica,

$$\frac{\partial Q}{\partial TF} = \hat{\theta}_{TF} \hat{q} + Q_{TF}. \quad (A2-31)$$

Calcule-se  $\frac{\partial N}{\partial TF}$ , com base na expressão de N dada por (A2-9).

$$\frac{\partial N}{\partial TF} = \frac{\partial \hat{\theta}}{\partial TF} f(\hat{\theta}).$$

Atendendo à notação atrás referida, tem-se,  $\frac{\partial \hat{\theta}}{\partial TF} f(\hat{\theta}) = \hat{\theta}_{TF}$ , donde vem,

$$\frac{\partial N}{\partial TF} = \hat{\theta}_{TF}. \quad (A2-32)$$

Então, substituindo (A2-31) e (A2-32) em (A2-30), fica,

$$\frac{\partial \pi}{\partial TF} = N + p(\hat{\theta}_{TF} \hat{q} + Q_{TF}) + TF \hat{\theta}_{TF} - CMG(\hat{\theta}_{TF} \hat{q} + Q_{TF}) \quad (A2-33)$$

Finalmente, substituindo (A2-29) e (A2-33) na condição de primeira ordem de máximo (A2-15), vem,

$$-N + \lambda[N + p(\hat{\theta}_{TF} \hat{q} + Q_{TF}) + TF \hat{\theta}_{TF} - CMG(\hat{\theta}_{TF} \hat{q} + Q_{TF})] = 0. \quad (A2-34)$$

Reunindo agora as duas condições de primeira ordem de máximo (A2-26) e (A2-34), tem-se o seguinte sistema de duas equações,

$$\begin{cases} -Q + \lambda[Q + p(\hat{\theta}_p \hat{q} + Q_p) + TF \hat{\theta}_p - CMG(\hat{\theta}_p \hat{q} + Q_p)] = 0 \\ -N + \lambda[N + p(\hat{\theta}_{TF} \hat{q} + Q_{TF}) + TF \hat{\theta}_{TF} - CMG(\hat{\theta}_{TF} \hat{q} + Q_{TF})] = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \lambda[Q + p(\hat{\theta}_p \hat{q} + Q_p) + TF \hat{\theta}_p - CMG(\hat{\theta}_p \hat{q} + Q_p)] = Q \\ \lambda[N + p(\hat{\theta}_{TF} \hat{q} + Q_{TF}) + TF \hat{\theta}_{TF} - CMG(\hat{\theta}_{TF} \hat{q} + Q_{TF})] = N \end{cases}.$$

Recorrendo à "velha" regra de que o produto dos meios é igual ao produto dos extremos, o sistema anterior é equivalente a,

$$\begin{aligned}
 N\lambda[Q + p(\hat{\theta}_p\hat{q} + Q_p) + TF\hat{\theta}_p - CMG(\hat{\theta}_p\hat{q} + Q_p)] &= Q\lambda[N + p(\hat{\theta}_{TF}\hat{q} + Q_{TF}) + TF\hat{\theta}_{TF} - \\
 &\quad - CMG(\hat{\theta}_{TF}\hat{q} + Q_{TF})] \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow Q + p(\hat{\theta}_p\hat{q} + Q_p) + TF\hat{\theta}_p - CMG(\hat{\theta}_p\hat{q} + Q_p) &= \frac{Q}{N} [N + p(\hat{\theta}_{TF}\hat{q} + Q_{TF}) + TF\hat{\theta}_{TF} - \\
 &\quad - CMG(\hat{\theta}_{TF}\hat{q} + Q_{TF})] \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow Q + p(\hat{\theta}_p\hat{q} + Q_p) + TF\hat{\theta}_p - CMG(\hat{\theta}_p\hat{q} + Q_p) &= Q + \frac{Q}{N} p(\hat{\theta}_{TF}\hat{q} + Q_{TF}) + \frac{Q}{N} TF\hat{\theta}_{TF} - \\
 &\quad - \frac{Q}{N} CMG(\hat{\theta}_{TF}\hat{q} + Q_{TF}) \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow p(\hat{\theta}_p\hat{q} + Q_p) + TF\hat{\theta}_p - CMG(\hat{\theta}_p\hat{q} + Q_p) &= \frac{Q}{N} p(\hat{\theta}_{TF}\hat{q} + Q_{TF}) + \frac{Q}{N} TF\hat{\theta}_{TF} - \\
 &\quad - \frac{Q}{N} CMG(\hat{\theta}_{TF}\hat{q} + Q_{TF}).
 \end{aligned}$$

Fazendo  $\frac{Q}{N} = \bar{q}$  (consumo médio) na última expressão, desembaraçando de parênteses e passando todas as parcelas para o membro esquerdo fica,

$$\begin{aligned}
 p\hat{\theta}_p\hat{q} + pQ_p + TF\hat{\theta}_p - CMG\hat{\theta}_p\hat{q} - CMGQ_p - \bar{q}p\hat{\theta}_{TF}\hat{q} - \bar{q}pQ_{TF} - \bar{q}TF\hat{\theta}_{TF} + \\
 + \bar{q}CMG\hat{\theta}_{TF}\hat{q} + \bar{q}CMGQ_{TF} = 0 \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow p(\hat{\theta}_p\hat{q} - \bar{q}\hat{\theta}_{TF}\hat{q} + Q_p - \bar{q}Q_{TF}) - CMG(\hat{\theta}_p\hat{q} - \bar{q}\hat{\theta}_{TF}\hat{q} + Q_p - \bar{q}Q_{TF}) + TF(\hat{\theta}_p - \bar{q}\hat{\theta}_{TF}) = \\
 = 0.
 \end{aligned}$$

Atendendo a que, para o consumidor, a tarifa fixa é equivalente a uma redução do rendimento, tem-se,  $\frac{\partial q}{\partial TF} = -\frac{\partial q}{\partial M}$ , donde sai,  $Q_{TF} = \int_0^{\hat{\theta}} \frac{\partial q}{\partial TF} f(\theta) d\theta = - \int_0^{\hat{\theta}} \frac{\partial q}{\partial M} f(\theta) d\theta =$   
 $= -Q_M$ , resultado este que se pode substituir na expressão anterior,

$$p(\hat{\theta}_p\hat{q} - \bar{q}\hat{\theta}_{TF}\hat{q} + Q_p + \bar{q}Q_M) - CMG(\hat{\theta}_p\hat{q} - \bar{q}\hat{\theta}_{TF}\hat{q} + Q_p + \bar{q}Q_M) + TF(\hat{\theta}_p - \bar{q}\hat{\theta}_{TF}) = 0.$$

Repare-se que  $Q_p + \bar{q} Q_M$  mais não é do que o efeito de substituição de Slutsky [veja-se Berg e Tschirhart (1988) - pg. 114], pelo que se vai fazer  $Q_p + \bar{q} Q_M = S$ ,

$$\begin{aligned} p(\hat{\theta}_p \hat{q} - \bar{q} \hat{\theta}_{TF} \hat{q} + S) - CMG(\hat{\theta}_p \hat{q} - \bar{q} \hat{\theta}_{TF} \hat{q} + S) + TF(\hat{\theta}_p - \bar{q} \hat{\theta}_{TF}) &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow p[S + \hat{q}(\hat{\theta}_p - \bar{q} \hat{\theta}_{TF})] - CMG[S + \hat{q}(\hat{\theta}_p - \bar{q} \hat{\theta}_{TF})] + TF(\hat{\theta}_p - \bar{q} \hat{\theta}_{TF}) &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (p - CMG)[S + \hat{q}(\hat{\theta}_p - \bar{q} \hat{\theta}_{TF})] + TF(\hat{\theta}_p - \bar{q} \hat{\theta}_{TF}) &= 0. \end{aligned} \quad (A2-35)$$

Após se terem trabalhado as duas condições de primeira ordem de máximo (A2-14) e (A2-15), até se chegar à expressão (A2-35), vai agora reescrever-se a terceira condição de primeira ordem de máximo, ou seja, (A2-16),

$$\begin{aligned} \pi &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow TF N + pQ - CT(Q) &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow pQ + TF N &= CT(Q) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow pQ + TF N - CMG(Q)Q &= CT(Q) - CMG(Q)Q \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow [p - CMG(Q)]Q + TF N &= CT(Q) - CMG(Q)Q. \end{aligned}$$

Repare-se que o membro direito desta última equação,  $CT(Q) - CMG(Q)Q$ , mais não é do que o défice suportado pelo monopolista, se este vender a sua produção a um preço que iguale o custo marginal. Assim, faça-se  $CT(Q) - CMG(Q)Q = D$ , donde vem,

$$[p - CMG(Q)]Q + TF N = D,$$

e omitindo o argumento em  $CMG(Q)$ , fica,

$$(p - CMG)Q + TF N = D. \quad (A2-36)$$

As equações (A2-35) e (A2-36), que resultaram das condições de primeira ordem para a resolução de (A2-13), podem reunir-se num sistema de duas equações,

$$\begin{cases} (p - CMG)[S + \hat{q}(\hat{\theta}_p - \bar{q}\hat{\theta}_{TF})] + TF(\hat{\theta}_p - \bar{q}\hat{\theta}_{TF}) = 0 \\ (p - CMG)Q + TF N = D \end{cases}$$

Fazendo agora,  $\alpha = \hat{\theta}_p - \bar{q}\hat{\theta}_{TF}$ , para "encurtar" as equações do sistema anterior e tornar mais fácil a dedução, fica,

$$\begin{cases} (p - CMG)(S + \hat{q}\alpha) + TF\alpha = 0 \\ (p - CMG)Q + TF N = D \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (p - CMG)(S + \hat{q}\alpha) + \frac{D - (p - CMG)Q}{N} \alpha = 0 \\ TF = \frac{D - (p - CMG)Q}{N} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} N(p - CMG)(S + \hat{q}\alpha) + D\alpha - (p - CMG)Q\alpha = 0 \\ \text{—} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (p - CMG)[N(S + \hat{q}\alpha) - Q\alpha] = -\alpha D \\ \text{—} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} p - CMG = \frac{-\alpha D}{N(S + \hat{q}\alpha) - Q\alpha} \\ TF = \frac{D - \frac{-\alpha D}{N(S + \hat{q}\alpha) - Q\alpha} Q}{N} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} p = CMG - \frac{\alpha D}{N(S + \hat{q}\alpha) - Q\alpha} \\ TF = \frac{\frac{D N(S + \hat{q}\alpha) - D Q \alpha + \alpha D Q}{N(S + \hat{q}\alpha) - Q\alpha}}{N} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} p = \text{CMG} - \frac{\alpha D}{N(S + \hat{q}\alpha) - Q\alpha} \\ \text{TF} = \frac{(S + \hat{q}\alpha)D}{N(S + \hat{q}\alpha) - Q\alpha} \end{cases} \quad (\text{A2-37})$$

A expressão (A2-37) dá os valores óptimos de  $p$  e de  $\text{TF}$ , ou seja, os valores de  $p$  e de  $\text{TF}$  que maximizam o bem-estar dos consumidores de electricidade, garantindo que o monopolista (a companhia produtora de electricidade) não tem prejuízos.

Repare-se que não terá de se ter, obrigatoriamente,  $p = \text{CMG}$ , a não ser que os consumidores marginais (os últimos a entrarem no mercado da electricidade) sejam insensíveis a alterações no preço e na tarifa fixa, ou seja,  $\hat{\theta}_p = \hat{\theta}_{\text{TF}} = 0$ , caso em que vem  $\alpha = 0$  (porque  $\alpha = \hat{\theta}_p - \bar{q} \hat{\theta}_{\text{TF}}$ ) e, consequentemente,  $p = \text{CMG}$ . Quando isto não se passa (ou seja, quando não se tem  $\hat{\theta}_p = \hat{\theta}_{\text{TF}} = 0$ ), os valores de  $p$  e de  $\text{TF}$  dados por (A2-37) permitem obter uma solução de compromisso entre os consumidores e o monopolista, a qual se situará entre as duas situações extremas:  $p = \text{CMG}$ , onde se maximizaria o bem-estar dos consumidores, mas o monopolista teria prejuízos, e  $\text{RMG} = \text{CMG}$ , onde se maximizariam os lucros do monopolista, mas não o bem-estar dos consumidores.



## ANEXO 3

### DEDUÇÃO DO MODELO DE PROCURA DE ELECTRICIDADE NAS FORMAS LOG-LINEAR E TRANSLOG

#### 1 - DEDUÇÃO DO MODELO DE PROCURA DE ELECTRICIDADE NA FORMA LOG-LINEAR

Para a dedução do modelo de procura de electricidade na forma log-linear, vão utilizar-se as formas funcionais (38), (39) e (40).

Substituindo (38) em (4), fica-se com,

$$\begin{aligned}
 q_t &= u(x_t) s_t \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow q_t &= \alpha_0 \prod_{i=1}^n x_{ti}^{\alpha_i} s_t \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \ln q_t &= \ln \left[ \alpha_0 \prod_{i=1}^n x_{ti}^{\alpha_i} s_t \right] \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \ln q_t &= \ln \alpha_0 + \ln \prod_{i=1}^n x_{ti}^{\alpha_i} + \ln s_t \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \ln q_t &= \ln \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \ln x_{ti}^{\alpha_i} + \ln s_t \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \ln q_t &= \ln \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln x_{ti} + \ln s_t .
 \end{aligned} \tag{A3-1}$$

Substituindo agora (39) e (40) em (16) (e notando que, por um lado, em (16) se tem  $y_{t-\tau}$  e não  $y_t$ , e, por outro lado, a função inversa de  $\phi = \ln$  é  $\phi^{-1} = \exp$ ), vem,

$$\begin{aligned}
 s_t &= \phi^{-1} \left[ \lambda \sum_{\tau=0}^{t-1} (1-\lambda)^\tau \phi[g(y_{t-\tau})] + (1-\lambda)^t \phi(s_0) \right] \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow s_t &= \exp \left[ \lambda \sum_{\tau=0}^{t-1} (1-\lambda)^\tau \ln \left( \beta_0 \prod_{j=1}^m y_{t-\tau,j}^{\beta_j} \right) + (1-\lambda)^t \ln s_0 \right] \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \ln s_t &= \ln \exp \left[ \lambda \sum_{\tau=0}^{t-1} (1-\lambda)^\tau \left( \ln \beta_0 + \ln \prod_{j=1}^m y_{t-\tau,j}^{\beta_j} \right) + (1-\lambda)^t \ln s_0 \right] \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \ln s_t &= \lambda \sum_{\tau=0}^{t-1} (1-\lambda)^\tau \left( \ln \beta_0 + \sum_{j=1}^m \ln y_{t-\tau,j}^{\beta_j} \right) + (1-\lambda)^t \ln s_0 \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \ln s_t &= \lambda \sum_{\tau=0}^{t-1} (1-\lambda)^\tau \left( \ln \beta_0 + \sum_{j=1}^m \beta_j \ln y_{t-\tau,j} \right) + (1-\lambda)^t \ln s_0 \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \ln s_t &= \lambda \sum_{\tau=0}^{t-1} (1-\lambda)^\tau \ln \beta_0 + \lambda \sum_{\tau=0}^{t-1} (1-\lambda)^\tau \sum_{j=1}^m \beta_j \ln y_{t-\tau,j} + (1-\lambda)^t \ln s_0 \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \ln s_t &= \lambda \ln \beta_0 \sum_{\tau=0}^{t-1} (1-\lambda)^\tau + \lambda \sum_{j=1}^m \beta_j \sum_{\tau=0}^{t-1} (1-\lambda)^\tau \ln y_{t-\tau,j} + (1-\lambda)^t \ln s_0 .
 \end{aligned}$$

Notando que,  $\sum_{\tau=0}^{t-1} (1-\lambda)^\tau = \frac{1 - (1-\lambda)^t}{\lambda}$ , como já se tinha visto no ponto 2.3.2, fica,

$$\begin{aligned}
 \ln s_t &= \lambda \ln \beta_0 \frac{1 - (1-\lambda)^t}{\lambda} + \lambda \sum_{j=1}^m \beta_j \sum_{\tau=0}^{t-1} (1-\lambda)^\tau \ln y_{t-\tau,j} + (1-\lambda)^t \ln s_0 \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \ln s_t &= \ln \beta_0 [1 - (1-\lambda)^t] + \lambda \sum_{j=1}^m \beta_j \sum_{\tau=0}^{t-1} (1-\lambda)^\tau \ln y_{t-\tau,j} + (1-\lambda)^t \ln s_0 \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \ln s_t &= \ln \beta_0 + (\ln s_0 - \ln \beta_0)(1-\lambda)^t + \lambda \sum_{j=1}^m \beta_j \sum_{\tau=0}^{t-1} (1-\lambda)^\tau \ln y_{t-\tau,j} \Leftrightarrow
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \ln s_t = \ln \beta_0 + \ln \frac{s_0}{\beta_0} (1 - \lambda)^t + \lambda \sum_{j=1}^m \beta_j \sum_{\tau=0}^{t-1} (1 - \lambda)^\tau \ln y_{t-\tau,j} .$$

Fazendo, por comodidade de notação,  $\sum_{\tau=0}^{t-1} (1 - \lambda)^\tau \ln y_{t-\tau,j} = \ln y_{tj}(\lambda)$ , onde o  $\lambda$  entre

parênteses significa que não se trata da variável  $\ln y_j$  tomada no período  $t$ , mas sim de uma média ponderada dos seus valores, desde o período 1, até ao período  $t$ , fica,

$$\ln s_t = \ln \beta_0 + \ln \frac{s_0}{\beta_0} (1 - \lambda)^t + \lambda \sum_{j=1}^m \beta_j \ln y_{tj}(\lambda) . \quad (\text{A3-2})$$

Então, (A3-1) e (A3-2) são a concretização do modelo (17), através das especificações (38), (39) e (40), isto é, o modelo escreve-se,

$$\begin{cases} \ln q_t = \ln \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln x_{ti} + \ln s_t \\ \ln s_t = \ln \beta_0 + \ln \frac{s_0}{\beta_0} (1 - \lambda)^t + \lambda \sum_{j=1}^m \beta_j \ln y_{tj}(\lambda) \end{cases} .$$

## 2 - DEDUÇÃO DO MODELO DE PROCURA DE ELECTRICIDADE NA FORMA TRANSLOG

Para a dedução do modelo de procura de electricidade na forma translog, vão utilizar-se as formas funcionais (40), (42) e (43).

Logaritmiando (4) e substituindo (42) em (4), fica-se com,

$$q_t = u(x_{t\bullet}) s_t \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln q_t = \ln u(x_{t\bullet}) + \ln s_t \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln q_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln x_{ti} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \alpha_{ik} \ln x_{ti} \ln x_{tk} + \ln s_t. \quad (\text{A3-3})$$

Substituindo agora (40) e (43) em (16) (e notando que, por um lado, em (16) se tem  $y_{t-\tau}$  e não  $y_t$ , e, por outro lado, a função inversa de  $\phi = \ln$  é  $\phi^{-1} = \exp$ ), vem,

$$s_t = \phi^{-1} \left[ \lambda \sum_{\tau=0}^{t-1} (1-\lambda)^\tau \phi[g(y_{t-\tau})] + (1-\lambda)^t \phi(s_0) \right] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow s_t = \exp \left[ \lambda \sum_{\tau=0}^{t-1} (1-\lambda)^\tau \ln g(y_{t-\tau}) + (1-\lambda)^t \ln s_0 \right] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln s_t = \lambda \sum_{\tau=0}^{t-1} (1-\lambda)^\tau \left( \beta_0 + \sum_{j=1}^m \beta_j \ln y_{t-\tau,j} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \sum_{p=1}^m \beta_{jp} \ln y_{t-\tau,j} \ln y_{t-\tau,p} \right) +$$

$$+ (1-\lambda)^t \ln s_0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln s_t = \lambda \sum_{\tau=0}^{t-1} (1-\lambda)^\tau \beta_0 + \lambda \sum_{\tau=0}^{t-1} (1-\lambda)^\tau \sum_{j=1}^m \beta_j \ln y_{t-\tau,j} +$$

$$+ \frac{\lambda}{2} \sum_{\tau=0}^{t-1} (1-\lambda)^\tau \sum_{j=1}^m \sum_{p=1}^m \beta_{jp} \ln y_{t-\tau,j} \ln y_{t-\tau,p} + (1-\lambda)^t \ln s_0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln s_t = \lambda \beta_0 \sum_{\tau=0}^{t-1} (1-\lambda)^\tau + \lambda \sum_{j=1}^m \beta_j \sum_{\tau=0}^{t-1} (1-\lambda)^\tau \ln y_{t-\tau,j} +$$

$$+ \frac{\lambda}{2} \sum_{j=1}^m \sum_{p=1}^m \beta_{jp} \sum_{\tau=0}^{t-1} (1-\lambda)^\tau \ln y_{t-\tau,j} \ln y_{t-\tau,p} + (1-\lambda)^t \ln s_0.$$

Notando que,  $\sum_{\tau=0}^{t-1} (1-\lambda)^\tau = \frac{1 - (1-\lambda)^t}{\lambda}$ , como já se tinha visto no ponto 2.3.2, fica,

$$\ln s_t = \lambda \beta_0 \frac{1 - (1-\lambda)^t}{\lambda} + \lambda \sum_{j=1}^m \beta_j \sum_{\tau=0}^{t-1} (1-\lambda)^\tau \ln y_{t-\tau,j} +$$

$$+ \frac{\lambda}{2} \sum_{j=1}^m \sum_{p=1}^m \beta_{jp} \sum_{\tau=0}^{t-1} (1-\lambda)^\tau \ln y_{t-\tau,j} \ln y_{t-\tau,p} + (1-\lambda)^t \ln s_0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln s_t = \beta_0 [1 - (1 - \lambda)^t] + \lambda \sum_{j=1}^m \beta_j \sum_{\tau=0}^{t-1} (1 - \lambda)^\tau \ln y_{t-\tau,j} +$$

$$+ \frac{\lambda}{2} \sum_{j=1}^m \sum_{p=1}^m \beta_{jp} \sum_{\tau=0}^{t-1} (1 - \lambda)^\tau \ln y_{t-\tau,j} \ln y_{t-\tau,p} + (1 - \lambda)^t \ln s_0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln s_t = \beta_0 + (\ln s_0 - \beta_0)(1 - \lambda)^t + \lambda \sum_{j=1}^m \beta_j \sum_{\tau=0}^{t-1} (1 - \lambda)^\tau \ln y_{t-\tau,j} +$$

$$+ \frac{\lambda}{2} \sum_{j=1}^m \sum_{p=1}^m \beta_{jp} \sum_{\tau=0}^{t-1} (1 - \lambda)^\tau \ln y_{t-\tau,j} \ln y_{t-\tau,p} .$$

Fazendo, por comodidade de notação (tal como no modelo anterior),  $\sum_{\tau=0}^{t-1} (1 - \lambda)^\tau \ln y_{t-\tau,j} =$

$= \ln y_{tj}(\lambda)$  e  $\sum_{\tau=0}^{t-1} (1 - \lambda)^\tau \ln y_{t-\tau,j} \ln y_{t-\tau,p} = \ln y_{tj} \ln y_{tp}(\lambda)$ , onde o  $\lambda$  entre parênteses significa

que não se trata das variáveis  $\ln y_j$  e  $\ln y_j \ln y_p$  tomadas no período  $t$ , mas sim de uma média ponderada dos seus valores, desde o período 1, até ao período  $t$ , fica,

$$\ln s_t = \beta_0 + (\ln s_0 - \beta_0)(1 - \lambda)^t + \lambda \sum_{j=1}^m \beta_j \ln y_{tj}(\lambda) + \frac{\lambda}{2} \sum_{j=1}^m \sum_{p=1}^m \beta_{jp} \ln y_{tj} \ln y_{tp}(\lambda) . \quad (A3-4)$$

Então, (A3-3) e (A3-4) são a concretização do modelo (17), através das especificações (40), (42) e (43), isto é, o modelo escreve-se,

$$\begin{cases} \ln q_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln x_{ti} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \alpha_{ik} \ln x_{ti} \ln x_{tk} + \ln s_t \\ \ln s_t = \beta_0 + (\ln s_0 - \beta_0)(1 - \lambda)^t + \lambda \sum_{j=1}^m \beta_j \ln y_{tj}(\lambda) + \frac{\lambda}{2} \sum_{j=1}^m \sum_{p=1}^m \beta_{jp} \ln y_{tj} \ln y_{tp}(\lambda) \end{cases}$$

## ANEXO 4

### PROCESSO DE TRIMESTRALIZAÇÃO DE UMA VARIÁVEL - MODELO TEÓRICO

Vai expôr-se o processo de trimestralização de uma dada variável, a partir dos seus valores anuais.

Considere-se, então, uma variável  $y$ , para a qual são conhecidas  $N$  observações anuais, designadas por,  $y_1^A, y_2^A, \dots, y_N^A$ , onde  $y_i^A$  é a observação da variável  $y$  no ano  $i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ .

O objectivo é transformar estes  $N$  valores anuais da variável  $y$  nos  $4N$  valores trimestrais correspondentes a esses  $N$  anos (é a este processo que se chama trimestralização da variável  $y$ ), os quais serão designados por,  $y_1^T, y_2^T, \dots, y_{4N}^T$ , onde  $y_j^T$  é a observação da variável  $y$  no trimestre  $j$ ,  $j = 1, 2, \dots, 4N$ .

Tenha-se sempre presente que os  $N$  valores anuais da variável  $y$  são conhecidos, enquanto que os correspondentes  $4N$  valores trimestrais são desconhecidos, sendo o objectivo do método a sua determinação.

Considere-se, agora, um conjunto de  $M$  variáveis,  $x_1, x_2, \dots, x_M$ , as quais, por um lado, se relacionam com a variável  $y$ , no sentido em que explicam o seu comportamento (ou parte dele) e, por outro lado, são observáveis trimestralmente (e, por consequência, também anualmente). Assim sendo, para cada variável  $x_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, M$ , são conhecidas, quer as  $N$  observações anuais,  $x_{1k}^A, x_{2k}^A, \dots, x_{Nk}^A$  (onde  $x_{ik}^A$  é a observação da variável  $x_k$  no ano  $i$ ,

$i = 1, 2, \dots, N$ ), quer as  $4N$  observações trimestrais,  $x_{1k}^T, x_{2k}^T, \dots, x_{4N,k}^T$  (onde  $x_{jk}^T$  é a observação da variável  $x_k$  no trimestre  $j, j = 1, 2, \dots, 4N$ ).

Uma vez que as variáveis  $x_1, x_2, \dots, x_M$ , se relacionam com a variável  $y$ , explicando o seu comportamento, pode ajustar-se o seguinte modelo de regressão linear múltipla, com base nas observações trimestrais,

$$Y_T = X_T \beta + U_T, \quad (A4-1)$$

onde,

$$Y_T = \begin{bmatrix} y_1^T \\ y_2^T \\ \vdots \\ y_{4N}^T \end{bmatrix}, \quad X_T = \begin{bmatrix} x_{11}^T & x_{12}^T & \dots & x_{1M}^T \\ x_{21}^T & x_{22}^T & \dots & x_{2M}^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{4N,1}^T & x_{4N,2}^T & \dots & x_{4N,M}^T \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_M \end{bmatrix}, \quad U_T = \begin{bmatrix} U_1^T \\ U_2^T \\ \vdots \\ U_{4N}^T \end{bmatrix},$$

sendo,  $\beta_k$  o parâmetro associado à variável  $x_k, k = 1, 2, \dots, M$ , e  $U_j^T$  a variável residual referente ao trimestre  $j, j = 1, 2, \dots, 4N$ .

O problema do modelo (A4-1) é que os valores trimestrais da variável  $y$ , presentes em  $Y_T$ , são desconhecidos, o que inviabiliza a regressão. Na verdade, esta só se pode efectuar com base nas observações anuais da variável  $y$ . Para passar da regressão numa base trimestral para a regressão numa base anual, defina-se a matriz,

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

com  $N$  linhas e  $4N$  colunas.

Multiplicando ambos os membros de (A4-1) por  $C$ , à esquerda, fica,

$$CY_T = C(X_T \beta + U_T) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow CY_T = CX_T\beta + CU_T. \quad (A4-2)$$

Repare-se agora, que,  $CY_T = Y_A$ ,  $CX_T = X_A$  e  $CU_T = U_A$ , onde,

$$Y_A = \begin{bmatrix} y_1^A \\ y_2^A \\ \dots \\ y_N^A \end{bmatrix}, \quad X_A = \begin{bmatrix} x_{11}^A & x_{12}^A & \dots & x_{1M}^A \\ x_{21}^A & x_{22}^A & \dots & x_{2M}^A \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{N1}^A & x_{N2}^A & \dots & x_{NM}^A \end{bmatrix}, \quad U_A = \begin{bmatrix} U_1^A \\ U_2^A \\ \dots \\ U_N^A \end{bmatrix},$$

sendo,  $U_i^A$  a variável residual referente ao ano  $i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ . Explicando melhor, a matriz  $C$  transforma as observações trimestrais em anuais, pelo simples facto de que a soma das 4 observações trimestrais de um dado ano vai dar a observação anual desse mesmo ano - daí que a generalidade dos autores opte por designar a matriz  $C$  por matriz das restrições anuais (ela "obriga" a que a soma das observações trimestrais dê as observações anuais). Então, (A4-2) fica,

$$Y_A = X_A\beta + U_A, \quad (A4-3)$$

regressão esta que já é possível de efectuar. O interessante é que os parâmetros  $\beta$  do modelo anual (A4-3) são os mesmos do modelo trimestral (A4-1), pelo que, ao estimar o primeiro, está-se também (embora indirectamente) a estimar o segundo.

Admitindo as seguintes hipóteses para a variável residual do modelo trimestral (A4-1),

$$E(U_T) = \bar{0}, \quad V(U_T) = \sigma^2\Omega, \quad (A4-4)$$

onde,  $E(U_T)$  designa o valor esperado do vector aleatório  $U_T$ ,  $\bar{0}$  é uma matriz de zeros com  $4N$  linhas e 1 coluna,  $V(U_T)$  designa a matriz das variâncias e covariâncias do vector aleatório  $U_T$  e  $\Omega$  é uma matriz quadrada de ordem  $4N$ , simétrica e definida positiva, vêm, para a variável residual do modelo anual (A4-3), as seguintes hipóteses,

$$E(U_A) = E(CU_T) = C E(U_T) = C \bar{0} = \bar{0}, \quad (A4-5)$$



$$\begin{aligned}
V(U_A) &= E\{[U_A - E(U_A)][U_A - E(U_A)]^T\} = E[(U_A - \bar{0})(U_A - \bar{0})^T] = E(U_A U_A^T) = \\
&= E[(CU_T)(CU_T)^T] = E(CU_T U_T^T C^T) = C E(U_T U_T^T) C^T = C V(U_T) C^T = C \sigma^2 \Omega C^T = \\
&= \sigma^2 C \Omega C^T^{-1}.
\end{aligned} \tag{A4-6}$$

Com as hipóteses (A4-5) e (A4-6), o modelo anual (A4-3) é um modelo geral de regressão linear múltipla, cujo estimador habitual é o conhecido GLS (abreviatura de *Generalised Least Squares*),

$$\hat{\beta} = [X_A^T (C \Omega C^T)^{-1} X_A]^{-1} X_A^T (C \Omega C^T)^{-1} Y_A. \tag{A4-7}$$

De (A4-7) e de (A4-1) pode deduzir-se o estimador para  $Y_T$ ,

$$\hat{Y}_T = X_T \hat{\beta} + \Omega C^T (C \Omega C^T)^{-1} (Y_A - X_A \hat{\beta}). \tag{A4-8}$$

Repare-se que, no estimador de  $Y_T$ , não se considera apenas um estimador da parte principal do modelo (A4-1),  $X_T \hat{\beta}$  (a primeira parcela de (A4-8)), mas também, um estimador da variável residual  $U_T$ ,  $\Omega C^T (C \Omega C^T)^{-1} (Y_A - X_A \hat{\beta})$  (a segunda parcela de (A4-8)), o qual consiste na trimestralização do estimador das variáveis residuais anuais,  $Y_A - X_A \hat{\beta}$ , sendo  $\Omega C^T (C \Omega C^T)^{-1}$  a matriz que assegura a passagem do estimador das variáveis residuais anuais para o estimador das variáveis residuais trimestrais. É fácil de provar que o estimador (A4-8) é um estimador BLUE (abreviatura de *Best Linear Unbiased Estimator*), o que se pode ver, por exemplo, em [Pinheiro e Coimbra (1992) - pg. 18-19].

O problema do estimador (A4-8) reside na matriz  $\Omega$  que é desconhecida (relembre-se que  $\sigma^2 \Omega$  é a matriz das variâncias e covariâncias de  $U_T$ ).

Uma solução simples seria a de considerar  $\Omega = I$ , onde  $I$  é a matriz identidade de ordem  $4N$ , caso em que (A4-7) e (A4-8) assumiriam as seguintes expressões,

---

<sup>1</sup> Não se devem confundir os dois "T" de  $U_T^T$ : enquanto que o T inferior significa que se trata das variáveis residuais trimestrais, o T superior significa que se trata da matriz  $U_T$  transposta.

$$\hat{\beta} = [X_A^T(CC^T)^{-1}X_A]^{-1}X_A^T(CC^T)^{-1}Y_A. \quad (A4-9)$$

$$\hat{Y}_T = X_T\hat{\beta} + C^T(CC^T)^{-1}(Y_A - X_A\hat{\beta}). \quad (A4-10)$$

Da expressão da matriz C, sai que  $CC^T = 4I$ , onde I é a matriz identidade de ordem N, donde vem,  $(CC^T)^{-1} = (4I)^{-1} = \frac{1}{4}I$ . Então, substituindo este resultado em (A4-9) e (A4-10), fica,

$$\hat{\beta} = (X_A^T \frac{1}{4} I X_A)^{-1} X_A^T \frac{1}{4} I Y_A = 4(X_A^T X_A)^{-1} X_A^T \frac{1}{4} Y_A = (X_A^T X_A)^{-1} X_A^T Y_A, \quad (A4-11)$$

$$\hat{Y}_T = X_T\hat{\beta} + C^T \frac{1}{4} I (Y_A - X_A\hat{\beta}) = X_T\hat{\beta} + \frac{1}{4} C^T (Y_A - X_A\hat{\beta}). \quad (A4-12)$$

Repare-se que, fazer  $\Omega = I$ , vai dar origem a que o estimador de  $\beta$  seja o estimador dos mínimos quadrados ordinários (veja-se (A4-11)) e a que o estimador das variáveis residuais anuais,  $Y_A - X_A\hat{\beta}$ , seja distribuído igualmente ao longo dos trimestres (pela matriz de distribuição  $\frac{1}{4}C^T$  (veja-se a segunda parcela de (A4-12)). Esta última situação pode não ser muito realista, para além de se ter verificado, em alguns estudos empíricos, que ela é responsável por descontinuidades injustificadas na série trimestral estimada, pelo que, diversos autores têm procurado estabelecer outras hipóteses para a matriz  $\Omega$ . Uma das mais usuais é a proposta por Fernández (veja-se [Fernández (1981) - pg. 473]) e, também, [Pinheiro e Coimbra (1992) - pg. 7]),

$$\Omega = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 4N \end{bmatrix}, \quad (A4-13)$$

a qual tem dado bons resultados, nos casos em que a série a estimar (a série trimestral) fica estacionária após uma diferenciação de primeira ordem.

Em relação a muitas variáveis macroeconómicas, a diferenciação de primeira ordem não é suficiente para estacionarizar a série, sendo necessária a sua logaritmização. O problema, ao logaritmizar as variáveis, é que a matriz C das restrições anuais não consegue transformar as

observações trimestrais em anuais (isto é, não consegue fazer a passagem do modelo (A4-1) para o modelo (A4-3)), pelo simples facto de que a soma dos logaritmos não é o logaritmo da soma. Explicando melhor, e dando o exemplo dos primeiros 4 trimestres e do correspondente primeiro ano, a (verdadeira) restrição que se impõe é,

$$y_1^T + y_2^T + y_3^T + y_4^T = y_1^A ,$$

a qual, passada a logaritmos, dá,

$$\ln(y_1^T + y_2^T + y_3^T + y_4^T) = \ln y_1^A ,$$

restrição esta manifestamente diferente da que se obteria aplicando a matriz C aos dados trimestrais,

$$\ln y_1^T + \ln y_2^T + \ln y_3^T + \ln y_4^T = \ln y_1^A .$$

Para ultrapassar este problema, mantendo a linearidade dos modelos (A4-1) e (A4-3), Pinheiro e Coimbra dão um importante contributo, ao proporem a seguinte transformação das variáveis originais [veja-se Pinheiro e Coimbra (1992) - pg. 12-14],

$$y_j^{T*} = \ln(y_{j-3}^T + y_{j-2}^T + y_{j-1}^T + y_j^T) , j = 4, 5, \dots, 4N; \quad (A4-14)$$

$$y_3^{T*} = \ln(2y_1^T + y_2^T + y_1^T) ; \quad (A4-15)$$

$$y_2^{T*} = \ln(3y_1^T + y_2^T) ; \quad (A4-16)$$

$$y_1^{T*} = \ln(4y_1^T) ; \quad (A4-17)$$

$$x_{jk}^{T*} = \ln(x_{j-3,k}^T + x_{j-2,k}^T + x_{j-1,k}^T + x_{jk}^T) , j = 4, 5, \dots, 4N; k = 1, 2, \dots, M; \quad (A4-18)$$

$$x_{3k}^{T*} = \ln(2x_{1k}^T + x_{2k}^T + x_{3k}^T) , k = 1, 2, \dots, M; \quad (A4-19)$$

$$x_{2k}^{T*} = \ln(3x_{1k}^T + x_{2k}^T) , k = 1, 2, \dots, M; \quad (A4-20)$$

$$x_{1k}^{T*} = \ln(4x_{1k}^T), \quad k = 1, 2, \dots, M; \quad (A4-21)$$

$$y_i^{A*} = \ln y_i^A, \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad (A4-22)$$

$$x_{ik}^{A*} = \ln x_{ik}^A, \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad k = 1, 2, \dots, M. \quad (A4-23)$$

Efectuando estas transformações às variáveis trimestrais e anuais, os modelos (A4-1) e (A4-3) passam agora a escrever-se como,

$$Y_T^* = X_T^* \beta + U_T, \quad (A4-24)$$

onde,

$$Y_T^* = \begin{bmatrix} y_1^{T*} \\ y_2^{T*} \\ \dots \\ y_{4N}^{T*} \end{bmatrix}, \quad X_T^* = \begin{bmatrix} x_{11}^{T*} & x_{12}^{T*} & \dots & x_{1M}^{T*} \\ x_{21}^{T*} & x_{22}^{T*} & \dots & x_{2M}^{T*} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{4N,1}^{T*} & x_{4N,2}^{T*} & \dots & x_{4N,M}^{T*} \end{bmatrix},$$

e,

$$Y_A^* = X_A^* \beta + U_A, \quad (A4-25)$$

onde,

$$Y_A^* = \begin{bmatrix} y_1^{A*} \\ y_2^{A*} \\ \dots \\ y_N^{A*} \end{bmatrix}, \quad X_A^* = \begin{bmatrix} x_{11}^{A*} & x_{12}^{A*} & \dots & x_{1M}^{A*} \\ x_{21}^{A*} & x_{22}^{A*} & \dots & x_{2M}^{A*} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{N1}^{A*} & x_{N2}^{A*} & \dots & x_{NM}^{A*} \end{bmatrix}.$$

A matriz das restrições anuais que permite a passagem do modelo trimestral (A4-24) para o modelo anual (A4-25), já não é a matriz C definida anteriormente, mas sim a matriz,

$$C^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Repare-se que a matriz  $C^*$  aplicada aos dados trimestrais transformados permite obter os dados anuais transformados, o que se pode constatar, dando o exemplo dos primeiros 4 trimestres e do correspondente primeiro ano da variável  $y$ . Na verdade, multiplicando a primeira linha de  $C^*$  por  $Y_T^*$  e igualando o resultado à primeira linha de  $Y_A^*$ , vai obter-se,

$$y_4^{T*} = y_1^{A*} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln(y_1^T + y_2^T + y_3^T + y_4^T) = \ln y_1^A ,$$

a qual é a verdadeira restrição, como acima se viu.

O estimador dos parâmetros do modelo anual (A4-25) é semelhante ao estimador dos parâmetros do modelo (A4-3), dado por (A4-7), bastando aí substituir as variáveis originais pelas variáveis transformadas e a matriz  $C$  pela matriz  $C^*$ ,

$$\hat{\beta} = [X_A^{*T} (C^* \Omega C^{*T})^{-1} X_A^*]^T X_A^{*T} (C^* \Omega C^{*T})^{-1} Y_A^* . \quad (A4-26)$$

De (A4-26) e de (A4-24) pode deduzir-se o estimador para  $Y_T^*$  (igual a (A4-8), bastando aí substituir as variáveis originais pelas variáveis transformadas e a matriz  $C$  pela matriz  $C^*$ ),

$$\hat{Y}_T^* = X_T^{*T} \hat{\beta} + \Omega C^{*T} (C^* \Omega C^{*T})^{-1} (Y_A^* - X_A^{*T} \hat{\beta}) . \quad (A4-27)$$

Os consumos anuais de electricidade pelas famílias, retirados das EIE, tal como se referiu no ponto 3.2.2, foram modelizados:

- de acordo com o modelo (A4-3), aplicando em seguida os estimadores (A4-7) e (A4-8), sendo a matriz  $\Omega$  dada por (A4-13);
- de acordo com o modelo (A4-25), aplicando em seguida os estimadores (A4-26) e (A4-27), sendo a matriz  $\Omega$  dada por (A4-13).

Para cada uma das duas alternativas atrás citadas, considerou-se o modelo com e sem termo independente, o que acabou por dar origem a 4 modelizações diferentes.

Nestas modelizações utilizou-se uma única variável explicativa dos consumos anuais de electricidade pelas famílias - a temperatura -, já que, esta é a grande responsável pela flutuação dos consumos de electricidade ao longo dos trimestres do ano.

## ANEXO 5

### VARIÁVEIS UTILIZADAS NA TRIMESTRALIZAÇÃO DOS CONSUMOS DE ELECTRICIDADE PELAS FAMÍLIAS

ANOS	CONSUMOS ANUAIS DE ELECTRICIDADE PELAS FAMÍLIAS EM PORTUGAL CONTINENTAL (EM kWh)
1977	2 640 493 966
1978	2 849 060 934
1979	3 071 295 782
1980	3 290 293 800
1981	3 531 499 846
1982	3 723 199 682
1983	4 139 152 927
1984	4 097 278 838
1985	4 308 693 164
1986	4 652 711 240
1987	4 936 645 989
1988	5 278 301 674

Nota: - este quadro foi construído a partir de dados presentes nas Estatísticas das Instalações Eléctricas, publicadas pela Direcção Geral de Energia, para os anos de 1977 a 1984; para os anos de 1985 a 1988 utilizaram-se dados ainda não publicados, cedidos por técnicos da Direcção Geral de Energia.

TRIMESTRES	MÉDIA DAS TEMPERATURAS MÍNIMAS DO AR, CONSIDERANDO 11 ESTAÇÕES CLIMATOLÓGICAS DE PORTUGAL CONTINENTAL (EM GRAUS CELSIUS)	
	MÉDIA ARITMÉTICA SIMPLES DAS 11 ESTAÇÕES CLIMATOLÓGICAS	MÉDIA ARITMÉTICA PONDERADA DAS 11 ESTAÇÕES CLIMATOLÓGICAS, SENDO A POPULAÇÃO USADA COMO PONDERADOR
1977:1	6,758	7,790
1977:2	9,733	10,600
1977:3	14,494	14,983
1977:4	9,327	10,188
1978:1	6,173	7,283
1978:2	9,739	10,659
1978:3	15,485	15,433
1978:4	9,315	10,130
1979:1	6,352	7,385
1979:2	10,482	11,182
1979:3	15,488	15,720
1979:4	8,209	9,050
1980:1	6,236	7,231
1980:2	10,903	11,719
1980:3	15,494	15,675
1980:4	7,576	8,433
1981:1	5,542	6,603
1981:2	11,191	12,037
1981:3	16,018	16,272
1981:4	10,015	10,864
1982:1	6,379	7,382
1982:2	11,309	12,066
1982:3	15,424	15,958
1982:4	8,021	9,051
1983:1	5,533	6,440



1983:2	10,745	11,653
1983:3	15,718	16,181
1983:4	9,927	10,763
1984:1	4,891	6,008
1984:2	11,267	12,098
1984:3	15,076	15,445
1984:4	9,009	9,837
1985:1	5,779	6,878
1985:2	11,152	11,914
1985:3	16,155	16,370
1985:4	8,936	9,807
1986:1	5,500	6,632
1986:2	10,197	11,086
1986:3	15,742	16,236
1986:4	8,712	9,691
1987:1	6,142	7,253
1987:2	11,794	12,623
1987:3	17,209	17,583
1987:4	9,388	10,486
1988:1	6,476	7,642
1988:2	11,188	12,194
1988:3	15,509	15,857
1988:4	9,121	9,929

Nota: - este quadro foi construído com dados cedidos por técnicos do Instituto Nacional de Meteorologia e Geofísica (os dados relativos às temperaturas) e dados retirados das Estatísticas Demográficas, publicadas pelo Instituto Nacional de Estatística, para os anos de 1977 a 1980, e do Anuário Estatístico, igualmente publicado pelo Instituto Nacional de Estatística, para os anos de 1981 a 1988 (os dados relativos à população).

## **ANEXO 6**

### **TRIMESTRALIZAÇÃO DOS CONSUMOS DE ELECTRICIDADE PELAS FAMÍLIAS - PROGRAMAS INFORMÁTICOS E RESULTADOS**

**1 - PROGRAMA DE TRIMESTRALIZAÇÃO DOS CONSUMOS DE ELECTRICIDADE  
PELAS FAMÍLIAS (CONSUMOS TOTAIS)**



[illegible]

```

| 11 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 39
39 39 39 39 39 39 39 39
| 11 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40
40 40 40 40 40 40 40 40
| 11 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40
41 41 41 41 41 41 41 41
| 11 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40
41 42 42 42 42 42 42 42
| 11 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40
41 42 43 43 43 43 43 43
| 11 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40
41 42 43 44 44 44 44 44
| 11 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40
41 42 43 44 45 45 45 45
| 11 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40
41 42 43 44 45 46 46 46
| 11 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40
41 42 43 44 45 46 47 47
| 11 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40
41 42 43 44 45 46 47 48;
12 ?ESTIMACÃO?
12 yquad R WI X1;
13 inv X1 X2;
14 mmult R TTI X3;
15 mmult trans X3 X2 X4;
16 mmult X4 X3 X5;
17 inv X5 X6;
18 mmult X6 X4 X7;
19 mmult X7 FA B;
20 mmult TTI B X8;
21 mmult trans R X2 X9;
22 mmult WI X9 X10;
23 mmult X3 B X11;
24 msub FA X11 X12;
25 mmult X10 X12 X13;
26 mach X8 X13 ET;
27 ?ANÁLISE ESTATÍSTICA?
27 mmult trans FA X2 X14;
28 mmult X14 FA X15;
29 mmult X4 FA X16;
30 mmult B X16 X17;
31 msub X15 X17 X18;
32 ndiv X18 11 VAR;
33 ndiv X17 VAR ES;
34 ?IMPRESSÃO?
34 print B;
35 print ET;
36 print ES;
37 end;

```

EXECUTION

\*\*\*\*\*

CURRENT SAMPLE : 1977 TO 1988

CURRENT SAMPLE : 1977:1 TO 1988:4

B

1

1 | 6.59013D+09

## CONSUMOS TRIMESTRAIS DE ELETRICIDADE (ET)

1

1	8.54206D+08
2	6.38603D+08
3	4.65674D+08
4	6.82011D+08
5	9.49651D+08
6	6.73823D+08
7	4.94481D+08
8	7.31106D+08
9	9.87165D+08
10	6.96208D+08
11	5.35769D+08
12	8.52154D+08
13	1.04058D+09
14	7.03370D+08
15	5.80023D+08
16	9.66325D+08
17	1.21477D+09
18	7.87759D+08
19	6.60351D+08
20	8.68618D+08
21	1.15293D+09
22	8.15900D+08
23	7.03543D+08
24	1.05082D+09
25	1.38956D+09
26	9.55746D+08
27	8.01948D+08
28	9.91896D+08
29	1.44196D+09
30	8.73837D+08
31	7.58461D+08
32	1.02302D+09
33	1.35110D+09
34	9.77217D+08
35	8.48836D+08
36	1.13154D+09
37	1.45770D+09
38	1.07255D+09
39	9.07573D+08
40	1.21489D+09
41	1.48624D+09
42	1.13605D+09
43	1.01863D+09
44	1.29572D+09
45	1.54654D+09
46	1.23735D+09
47	1.12102D+09
48	1.37340D+09



## ESTATÍSTICA F-SNEDECOR (F5)

$$\begin{array}{r|l} 1 & \\ \hline 1 & 126.60024 \end{array}$$

NOTA - as designações SEA e SIT referem-se a:

SEA - série com os consumos anuais de electricidade pelas famílias, em Portugal Continental;

SIT - série com a média aritmética ponderada das temperaturas mínimas de 11 estações climatológicas, sendo a população usada como ponderador.

\*\*\*\*\*

END OF OUTPUT FOR USER CET

MEMORY ALLOCATED (WORDS) : 20000  
MEMORY ACTUALLY REQUIRED : 17387 ( 87%)  
CURRENT VARIABLE STORAGE : 10838

**2 - CONSUMOS TRIMESTRAIS DE ELECTRICIDADE PELAS FAMÍLIAS -  
FLUTUAÇÃO DA TOTALIDADE DOS CONSUMOS ANUAIS PELOS  
TRIMESTRES, EM FUNÇÃO DA TEMPERATURA**

TRIMESTRES	CONSUMOS TRIMESTRAIS DE ELECTRICIDADE PELAS FAMÍLIAS, EM PORTUGAL CONTINENTAL (EM kWh) - FLUTUAÇÃO DA TOTALIDADE DOS CONSUMOS ANUAIS PELOS TRIMESTRES, EM FUNÇÃO DA TEMPERATURA
1977:1	854 206 000
1977:2	638 603 000
1977:3	465 673 966
1977:4	682 011 000
1978:1	949 651 000
1978:2	673 823 000
1978:3	494 480 934
1978:4	731 106 000
1979:1	987 165 000
1979:2	696 208 000
1979:3	535 768 782
1979:4	852 154 000
1980:1	1 040 580 000
1980:2	703 370 000
1980:3	580 018 800
1980:4	966 325 000
1981:1	1 214 771 846
1981:2	787 759 000
1981:3	660 351 000

1981:4	868 618 000
1982:1	1 152 936 682
1982:2	815 900 000
1982:3	703 543 000
1982:4	1 050 820 000
1983:1	1 389 562 927
1983:2	955 746 000
1983:3	801 948 000
1983:4	991 896 000
1984:1	1 441 960 838
1984:2	873 837 000
1984:3	758 461 000
1984:4	1 023 020 000
1985:1	1 351 100 164
1985:2	977 217 000
1985:3	848 836 000
1985:4	1 131 540 000
1986:1	1 457 700 000
1986:2	1 072 550 000
1986:3	907 571 240
1986:4	1 214 890 000
1987:1	1 486 245 989
1987:2	1 136 050 000
1987:3	1 018 630 000
1987:4	1 295 720 000
1988:1	1 546 540 000
1988:2	1 237 350 000
1988:3	1 121 011 674
1988:4	1 373 400 000



**3 - PROGRAMA DE TRIMESTRALIZAÇÃO DOS CONSUMOS DE ELECTRICIDADE  
PELAS FAMÍLIAS (21% DOS CONSUMOS)**

TSP Version 4.1A  
Copyright (C) 1985 TSP International  
ALL RIGHTS RESERVED

In case of questions or problems, see your local TSP consultant or send a description of the problem and the associated TSP output to:

TSP International  
P.O. Box 61015, Station A  
Palo Alto, CA 94306  
USA

## PROGRAM

LINE \*\*\*\*\*

[illegible]

[illegible]

```

38 38 38 38 38 38 38 38
| 12 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 39
39 39 39 39 39 39 39 39
| 12 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40
40 40 40 40 40 40 40 40
| 12 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40
41 41 41 41 41 41 41 41
| 12 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40
41 42 42 42 42 42 42 42
| 12 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40
41 42 43 43 43 43 43 43
| 12 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40
41 42 43 44 44 44 44 44
| 12 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40
41 42 43 44 45 45 45 45
| 12 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40
41 42 43 44 45 46 46 46
| 12 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40
41 42 43 44 45 46 47 47
| 12 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40
41 42 43 44 45 46 47 48;
| 13 ?ESTIMAÇÃO?
| 13 yquad R W1 X1;
| 14 inv X1 X2;
| 15 mmult R T11 X3;
| 16 mmult trans X3 X2 X4;
| 17 mmult X4 X3 X5;
| 18 inv X5 X6;
| 19 mmult X6 X4 X7;
| 20 mmult X7 EA B;
| 21 mmult T11 B X8;
| 22 mmult trans R X2 X9;
| 23 mmult W1 X9 X10;
| 24 mmult X3 B X11;
| 25 msub EA X11 X12;
| 26 mmult X10 X12 X13;
| 27 mcdi X8 X13 ET;
| 28 ?ANÁLISE ESTATÍSTICA?
| 28 mmult trans EA X2 X14;
| 29 mmult X14 EA X15;
| 30 mmult X4 EA X16;
| 31 mmult B X16 X17;
| 32 msub X15 X17 X18;
| 33 mdiv X18 11 VAR;
| 34 mdiv X17 VAR FS;
| 35 ?IMPRESSÃO?
| 35 print B;
| 36 print ET;
| 37 print FS;
| 38 end;

```

EXECUTION

\*\*\*\*\*

CURRENT SAMPLE : 1977 TO 1988  
CURRENT SAMPLE : 1977:1 TO 1988:4

B  
1  
-----  
1 | 1.38393D+09



CONSUMOS TRIMESTRAIS DE ELETRICIDADE (ET) - APENAS A PARTE RESULTANTE DA FILIÇÃO DE 21% DOS CONSUMOS ANUAIS EM FUNÇÃO DA TEMPERATURA

1

1	1.79383D+08
2	1.34107D+08
3	9.77915D+07
4	1.43222D+08
5	1.99427D+08
6	1.41503D+08
7	1.03841D+08
8	1.53532D+08
9	2.07305D+08
10	1.46204D+08
11	1.12511D+08
12	1.78952D+08
13	2.18521D+08
14	1.47708D+08
15	1.21805D+08
16	2.02928D+08
17	2.55102D+08
18	1.65429D+08
19	1.38674D+08
20	1.82410D+08
21	2.42116D+08
22	1.71339D+08
23	1.47744D+08
24	2.20673D+08
25	2.91808D+08
26	2.00707D+08
27	1.68409D+08
28	2.08298D+08
29	3.02812D+08
30	1.83506D+08
31	1.59277D+08
32	2.14834D+08
33	2.83731D+08
34	2.05216D+08
35	1.78256D+08
36	2.37623D+08
37	3.06117D+08
38	2.25235D+08
39	1.90590D+08
40	2.55127D+08
41	3.12111D+08
42	2.38570D+08
43	2.13913D+08
44	2.72102D+08
45	3.24773D+08
46	2.59843D+08
47	2.35413D+08
48	2.88414D+08

ESTADÍSTICA F-SNEDECOR (FS)

	1
<hr/>	
1	126.60025

NOTA: as designações SEA e SIT têm significado igual ao apresentado no ponto 1 deste Anexo 6.

\*\*\*\*\*

END OF OUTPUT FOR USER    CET

MEMORY ALLOCATED (WORDS) : 20000  
MEMORY ACTUALLY REQUIRED : 17441 ( 87%)  
CURRENT VARIABLE STORAGE : 10892

**4 - CONSUMOS TRIMESTRAIS DE ELECTRICIDADE PELAS FAMÍLIAS -  
FLUTUAÇÃO DE 21% DOS CONSUMOS ANUAIS PELOS TRIMESTRES, EM  
FUNÇÃO DA TEMPERATURA, SENDO OS RESTANTES 79% DIVIDIDOS  
IGUALMENTE PELOS 4 TRIMESTRES DE CADA ANO**

TRIMESTRES	CONSUMOS TRIMESTRAIS DE ELECTRICIDADE PELAS FAMÍLIAS, EM PORTUGAL CONTINENTAL (EM kWh) - FLUTUAÇÃO DE 21% DOS CONSUMOS ANUAIS PELOS TRIMESTRES, EM FUNÇÃO DA TEMPERATURA, SENDO OS RESTANTES 79% DIVIDIDOS IGUALMENTE PELOS 4 TRIMESTRES DE CADA ANO
1977:1	700 880 800
1977:2	655 604 600
1977:3	619 288 966
1977:4	664 719 600
1978:1	762 116 634
1978:2	704 192 500
1978:3	666 530 300
1978:4	716 221 500
1979:1	813 886 082
1979:2	752 784 900
1979:3	719 091 900
1979:4	785 532 900
1980:1	868 354 100
1980:2	797 541 000
1980:3	771 637 700
1980:4	852 761 000
1981:1	952 573 246
1981:2	862 900 200

1981:3	836 145 200
1981:4	879 881 200
1982:1	977 447 982
1982:2	906 670 900
1982:3	883 074 900
1982:4	956 004 900
1983:1	1 109 290 827
1983:2	1 018 189 700
1983:3	985 891 700
1983:4	1 025 780 700
1984:1	1 112 024 600
1984:2	992 718 600
1984:3	968 489 038
1984:4	1 024 046 600
1985:1	1 134 697 900
1985:2	1 056 182 900
1985:3	1 029 222 464
1985:4	1 088 589 900
1986:1	1 225 027 900
1986:2	1 144 145 500
1986:3	1 109 500 340
1986:4	1 174 037 500
1987:1	1 287 098 600
1987:2	1 213 557 600
1987:3	1 188 900 189
1987:4	1 247 089 600
1988:1	1 367 237 874
1988:2	1 302 307 600
1988:3	1 277 877 600
1988:4	1 330 878 600

## **ANEXO 7**

### **CONSUMOS TRIMESTRAIS DE ELECTRICIDADE PELAS FAMÍLIAS - EM kWh POR HABITANTE SERVIDO**

TRIMESTRES	NÚMERO DE HABITANTES SERVIDOS PELA REDE ELÉCTRICA	CONSUMOS TRIMESTRAIS DE ELECTRICIDADE PELAS FAMÍLIAS EM PORTUGAL CONTINENTAL (EM kWh POR HABITANTE SERVIDO) - FLUTUAÇÃO DA TOTALIDADE DOS CONSUMOS ANUAIS PELOS TRIMESTRES, EM FUNÇÃO DA TEMPERATURA	CONSUMOS TRIMESTRAIS DE ELECTRICIDADE PELAS FAMÍLIAS, EM PORTUGAL CONTINENTAL (EM kWh POR HABITANTE SERVIDO) - FLUTUAÇÃO DE 21% DOS CONSUMOS ANUAIS PELOS TRIMESTRES, EM FUNÇÃO DA TEMPERATURA, SENDO OS RESTANTES 79% DIVIDIDOS IGUALMENTE PELOS 4 TRIMESTRES DE CADA ANO
1977:1	7 114 603	120,064	98,513
1977:2	7 114 603	89,759	92,149
1977:3	7 114 603	65,453	87,045
1977:4	7 114 603	95,861	93,430
1978:1	7 391 943	128,471	103,101
1978:2	7 391 943	91,156	95,265
1978:3	7 391 943	66,895	90,170
1978:4	7 391 943	98,906	96,892
1979:1	7 475 404	132,055	108,875
1979:2	7 475 404	93,133	100,702
1979:3	7 475 404	71,671	96,194
1979:4	7 475 404	113,994	105,082
1980:1	7 557 686	137,685	114,897
1980:2	7 557 686	93,067	105,527
1980:3	7 557 686	76,746	102,100
1980:4	7 557 686	127,860	112,834
1981:1	7 662 609	158,532	124,314
1981:2	7 662 609	102,806	112,612
1981:3	7 662 609	86,178	109,120
1981:4	7 662 609	113,358	114,828

1982:1	7 740 045	148,957	126,285
1982:2	7 740 045	105,413	117,140
1982:3	7 740 045	90,896	114,092
1982:4	7 740 045	135,764	123,514
1983:1	7 788 548	178,411	142,426
1983:2	7 788 548	122,712	130,729
1983:3	7 788 548	102,965	126,582
1983:4	7 788 548	127,353	131,704
1984:1	9 185 250	156,987	121,066
1984:2	9 185 250	95,135	108,077
1984:3	9 185 250	82,574	105,440
1984:4	9 185 250	111,376	111,488
1985:1	9 189 588	147,025	123,476
1985:2	9 189 588	106,340	114,933
1985:3	9 189 588	92,369	111,999
1985:4	9 189 588	123,133	118,459
1986:1	9 230 650	157,920	132,713
1986:2	9 230 650	116,194	123,951
1986:3	9 230 650	98,321	120,197
1986:4	9 230 650	131,615	127,189
1987:1	9 236 129	160,917	139,355
1987:2	9 236 129	123,001	131,392
1987:3	9 236 129	110,288	128,723
1987:4	9 236 129	140,288	135,023
1988:1	9 273 165	166,776	147,440
1988:2	9 273 165	133,433	140,438
1988:3	9 273 165	120,888	137,804
1988:4	9 273 165	148,105	143,519

Nota: - este quadro foi construído com os dados resultantes dos modelos de trimestralização apresentados nos Anexos 4, 5 e 6 e com dados cedidos por técnicos da Direcção Geral de Energia (os relativos ao número de habitantes servidos pela rede eléctrica).

## ANEXO 8

### VARIÁVEIS REPRESENTATIVAS DO PREÇO DA ELECTRICIDADE

TRIMESTRES	TAXA DE POTÊNCIA (EM ESCUDOS POR TRIMESTRE)	PREÇO MARGINAL (EM ESCUDOS POR kWh)	PREÇO MÉDIO (EM ESCUDOS POR kWh)
1977:1	227,700	1,000	1,468
1977:2	227,700	1,000	1,500
1977:3	227,700	1,000	1,528
1977:4	227,700	1,000	1,492
1978:1	228,595	1,006	1,472
1978:2	307,395	1,500	2,178
1978:3	307,395	1,500	2,216
1978:4	307,395	1,580	2,245
1979:1	307,395	1,600	2,754
1979:2	307,395	1,600	2,284
1979:3	307,395	1,600	2,352
1979:4	369,217	2,042	2,828
1980:1	429,862	2,710	3,598
1980:2	453,426	3,000	4,021
1980:3	453,426	3,000	4,051
1980:4	453,426	3,000	3,954
1981:1	537,450	3,250	4,335
1981:2	537,450	3,250	4,450
1981:3	537,450	3,473	4,709
1981:4	537,450	3,520	4,696
1982:1	724,500	4,750	6,251



1982:2	724,500	4,779	6,397
1982:3	724,500	4,970	6,636
1982:4	724,500	4,970	6,512
1983:1	917,495	6,401	8,266
1983:2	924,150	6,450	8,497
1983:3	924,150	7,036	9,152
1983:4	924,150	7,100	9,131
1984:1	1 197,612	7,792	10,201
1984:2	1 338,900	8,150	11,165
1984:3	1 338,900	8,150	11,242
1984:4	1 338,900	8,150	11,057
1985:1	1 648,750	9,183	12,599
1985:2	1 679,940	9,342	13,079
1985:3	1 679,940	9,342	13,173
1985:4	1 777,232	9,886	13,714
1986:1	1 904,256	10,602	14,548
1986:2	1 904,256	10,602	14,821
1986:3	1 904,256	10,602	14,963
1986:4	1 971,458	10,916	15,162
1987:1	2 133,240	11,670	16,124
1987:2	2 133,240	11,670	16,395
1987:3	2 133,240	11,670	16,493
1987:4	2 195,284	11,922	16,669
1988:1	2 344,650	12,528	17,461
1988:2	2 344,650	12,528	17,701
1988:3	2 344,650	12,528	17,808
1988:4	2 344,650	12,528	17,598

Nota: - este quadro foi construído com base em dados cedidos por técnicos da Electricidade de Portugal.

## ANEXO 9

### ÍNDICE DE PREÇOS DO GÁS

TRIMESTRES	ÍNDICE DE PREÇOS DO GÁS (BASE EM PREÇOS DO PRIMEIRO TRIMESTRE DE 1977)
1977:1	100,000
1977:2	103,989
1977:3	103,989
1977:4	103,989
1978:1	103,989
1978:2	155,725
1978:3	158,565
1978:4	167,260
1979:1	169,154
1979:2	169,154
1979:3	169,154
1979:4	207,461
1980:1	214,060
1980:2	219,340
1980:3	219,340
1980:4	232,597
1981:1	264,792
1981:2	267,633
1981:3	290,416
1981:4	291,908
1982:1	291,908

1982:2	298,537
1982:3	316,356
1982:4	316,356
1983:1	376,270
1983:2	380,402
1983:3	476,499
1983:4	484,046
1984:1	542,525
1984:2	581,664
1984:3	645,882
1984:4	650,187
1985:1	710,158
1985:2	714,319
1985:3	714,319
1985:4	735,495
1986:1	753,400
1986:2	704,218
1986:3	677,389
1986:4	615,753
1987:1	610,502
1987:2	610,502
1987:3	610,502
1987:4	655,811
1988:1	658,623
1988:2	658,623
1988:3	658,623
1988:4	658,623

Nota: - este quadro foi construído com base em dados presentes no Índice de Preços no Consumidor, publicado pelo Instituto Nacional de Estatística (consultaram-se vários Índices de Preços no Consumidor, entre 1977 e 1988).

## ANEXO 10

### **PROXIES DO RENDIMENTO DISPONÍVEL**

TRIMESTRES	CONSUMO PRIVADO <i>PER</i> <i>CAPITA</i> A PREÇOS CONSTANTES DO PRIMEIRO TRIMESTRE DE 1977 (EM ESCUDOS)	PIB <sub>pm</sub> <i>PER</i> <i>CAPITA</i> , A PREÇOS CONSTANTES DO PRIMEIRO TRIMESTRE DE 1977 (EM ESCUDOS)
1977:1	10 857,361	15 001,457
1977:2	10 997,712	15 225,376
1977:3	10 869,146	15 047,526
1977:4	10 994,497	15 777,136
1978:1	10 791,593	15 420,965
1978:2	10 790,530	15 397,579
1978:3	10 630,017	15 753,685
1978:4	10 744,821	16 054,514
1979:1	10 671,349	16 072,060
1979:2	10 898,714	16 541,596
1979:3	10 731,627	16 616,679
1979:4	10 884,966	16 901,149
1980:1	10 903,380	17 011,209
1980:2	11 215,927	17 565,796
1980:3	11 214,875	17 075,402
1980:4	11 261,178	17 320,599
1981:1	11 280,275	17 093,429
1981:2	11 565,305	17 719,234
1981:3	11 475,905	17 525,708

1981:4	11 553,736	17 676,111
1982:1	11 428,232	17 184,567
1982:2	11 756,600	18 032,068
1982:3	11 542,975	17 233,979
1982:4	11 509,743	18 040,897
1983:1	11 373,989	17 352,545
1983:2	11 441,985	17 554,474
1983:3	11 277,145	17 391,694
1983:4	11 230,784	17 362,847
1984:1	10 950,438	16 726,359
1984:2	11 103,355	17 087,610
1984:3	11 033,248	17 003,797
1984:4	11 056,762	17 181,686
1985:1	10 957,492	17 221,830
1985:2	11 199,134	17 483,863
1985:3	11 094,779	17 237,531
1985:4	11 295,098	17 682,908
1986:1	11 372,426	17 582,209
1986:2	11 723,502	18 031,708
1986:3	11 698,381	18 007,245
1986:4	11 936,318	18 558,043
1987:1	11 977,155	18 248,690
1987:2	12 362,179	18 860,078
1987:3	12 399,853	19 043,568
1987:4	12 601,575	19 444,995
1988:1	12 750,048	19 028,916
1988:2	13 078,289	19 438,714
1988:3	13 160,489	19 779,431
1988:4	13 353,478	20 103,091

Nota: - este quadro foi construído com base em valores presentes nas Contas Nacionais Trimestrais, publicadas pelo Instituto Nacional de Estatística, em 1992.

## ANEXO 11

### ÍNDICE DE PREÇOS DOS APARELHOS ELÉCTRICOS E NÃO ELÉCTRICOS

TRIMESTRES	ÍNDICE DE PREÇOS DOS APARELHOS ELÉCTRICOS E NÃO ELÉCTRICOS (BASE EM PREÇOS DO PRIMEIRO TRIMESTRE DE 1977)
1977:1	100,000
1977:2	113,580
1977:3	125,132
1977:4	136,332
1978:1	138,889
1978:2	144,004
1978:3	144,944
1978:4	145,797
1979:1	142,387
1979:2	141,476
1979:3	142,019
1979:4	146,384
1980:1	149,824
1980:2	154,733
1980:3	159,935
1980:4	165,197
1981:1	170,312
1981:2	177,249
1981:3	178,160

1981:4	182,569
1982:1	186,919
1982:2	194,297
1982:3	200,059
1982:4	209,641
1983:1	220,635
1983:2	238,536
1983:3	257,584
1983:4	279,571
1984:1	291,387
1984:2	305,614
1984:3	314,903
1984:4	328,924
1985:1	338,036
1985:2	349,559
1985:3	360,053
1985:4	365,138
1986:1	379,248
1986:2	393,798
1986:3	400,000
1986:4	404,821
1987:1	413,521
1987:2	425,808
1987:3	431,893
1987:4	437,596
1988:1	441,612
1988:2	448,380
1988:3	449,083
1988:4	452,511

Nota: - este quadro foi construído com base em dados presentes no Índice de Preços no Consumidor, publicado pelo Instituto Nacional de Estatística (consultaram-se vários Índice de Preços no Consumidor, entre 1977 e 1988).

## ANEXO 12

### DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO ESTIMÁVEL DO MODELO TRANSLOG

Vai deduzir-se a equação estimável correspondente ao modelo translog, que abaixo de recorda,

$$\begin{cases} \ln q_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln x_{ti} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \alpha_{ik} \ln x_{ti} \ln x_{tk} + \ln s_t \\ \ln s_t = \beta_0 + (\ln s_0 - \beta_0)(1 - \lambda)^t + \lambda \sum_{j=1}^m \beta_j \ln y_{tj}(\lambda) + \frac{\lambda}{2} \sum_{j=1}^m \sum_{p=1}^m \beta_{jp} \ln y_{tj} \ln y_{tp}(\lambda) \end{cases}$$

Então, substituindo a segunda equação na primeira, fica,

$$\begin{aligned} \ln q_t &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln x_{ti} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \alpha_{ik} \ln x_{ti} \ln x_{tk} + \beta_0 + (\ln s_0 - \beta_0)(1 - \lambda)^t + \\ &+ \lambda \sum_{j=1}^m \beta_j \ln y_{tj}(\lambda) + \frac{\lambda}{2} \sum_{j=1}^m \sum_{p=1}^m \beta_{jp} \ln y_{tj} \ln y_{tp}(\lambda) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \ln q_t &= (\alpha_0 + \beta_0) + (\ln s_0 - \beta_0)(1 - \lambda)^t + \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln x_{ti} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \alpha_{ik} \ln x_{ti} \ln x_{tk} + \\ &+ \sum_{j=1}^m (\lambda \beta_j) \ln y_{tj}(\lambda) + \frac{\lambda}{2} \sum_{j=1}^m \sum_{p=1}^m \beta_{jp} \ln y_{tj} \ln y_{tp}(\lambda) . \end{aligned}$$

Repare-se que, nos dois somatórios duplos existentes nesta última equação, pode reduzir-se o número de parcelas. No caso do somatório duplo,  $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \alpha_{ik} \ln x_{ti} \ln x_{tk}$ , tenha-se em atenção que:



- são válidas as restrições de simetria da translog,  $\alpha_{ik} = \alpha_{ki}$ ,  $i \neq k$ ,  $i, k = 1, 2, \dots$ ,

$n$  [veja-se Mendes (1993) - pg. 85];

-  $\ln x_{ti} \ln x_{tk} = \ln x_{tk} \ln x_{ti}$ , logo,  $\ln x_{ti} \ln x_{tk} + \ln x_{tk} \ln x_{ti} = 2 \ln x_{ti} \ln x_{tk}$ ,  $i \neq k$ ,  $i$ ,

$k = 1, 2, \dots, n$ ;

pelo que, o somatório duplo pode escrever-se como,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left[ \sum_{i=1}^n \alpha_{ii} (\ln x_{ti})^2 + \sum_{k=2}^n 2\alpha_{1k} \ln x_{t1} \ln x_{tk} + \sum_{k=3}^n 2\alpha_{2k} \ln x_{t2} \ln x_{tk} + \dots + \right. \\ & \quad \left. + \sum_{k=n-1}^n 2\alpha_{n-2,k} \ln x_{t,n-2} \ln x_{tk} + 2\alpha_{n-1,n} \ln x_{t,n-1} \ln x_{tn} \right] = \\ & = \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_{ii}}{2} (\ln x_{ti})^2 + \sum_{k=2}^n \alpha_{1k} \ln x_{t1} \ln x_{tk} + \sum_{k=3}^n \alpha_{2k} \ln x_{t2} \ln x_{tk} + \dots + \\ & \quad + \sum_{k=n-1}^n \alpha_{n-2,k} \ln x_{t,n-2} \ln x_{tk} + \alpha_{n-1,n} \ln x_{t,n-1} \ln x_{tn}. \end{aligned} \quad (A12-1)$$

Enquanto que o somatório duplo,  $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \alpha_{ik} \ln x_{ti} \ln x_{tk}$ , tem  $n^2$  parcelas, (A12-1) só tem

$n + \frac{n^2 - n}{2} = \frac{n^2 + n}{2}$  parcelas.

No caso do somatório duplo,  $\frac{\lambda}{2} \sum_{j=1}^m \sum_{p=1}^m \beta_{jp} \ln y_{tj} \ln y_{tp}(\lambda)$ , tenha-se em atenção que:

- são válidas as restrições de simetria da translog,  $\beta_{jp} = \beta_{pj}$ ,  $j \neq p$ ,  $j, p = 1, 2, \dots$ ,

$m$  [veja-se Mendes (1993) - pg. 85];

-  $\ln y_{tj} \ln y_{tp}(\lambda) = \ln y_{tp} \ln y_{tj}(\lambda)$ , logo,  $\ln y_{tj} \ln y_{tp}(\lambda) + \ln y_{tp} \ln y_{tj}(\lambda) =$

$= 2 \ln y_{tj} \ln y_{tp}(\lambda)$ ,  $j \neq p$ ,  $j, p = 1, 2, \dots, m$ ;

pelo que, o somatório duplo pode escrever-se como,

$$\frac{\lambda}{2} \left[ \sum_{j=1}^m \beta_{jj} [\ln y_{tj}(\lambda)]^2 + \sum_{p=2}^m 2\beta_{1p} \ln y_{t1} \ln y_{tp}(\lambda) + \sum_{p=3}^m 2\beta_{2p} \ln y_{t2} \ln y_{tp}(\lambda) + \dots + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{p=m-1}^m 2\beta_{m-2,p} \ln y_{t,m-2} \ln y_{tp}(\lambda) + 2\beta_{m-1,m} \ln y_{t,m-1} \ln y_{tm}(\lambda) \Big] = \\
& = \sum_{j=1}^m \left( \frac{\lambda}{2} \beta_{jj} \right) [\ln y_{tj}(\lambda)]^2 + \sum_{p=2}^m (\lambda \beta_{1p}) \ln y_{t1} \ln y_{tp}(\lambda) + \sum_{p=3}^m (\lambda \beta_{2p}) \ln y_{t2} \ln y_{tp}(\lambda) + \dots + \\
& + \sum_{p=m-1}^m (\lambda \beta_{m-2,p}) \ln y_{t,m-2} \ln y_{tp}(\lambda) + (\lambda \beta_{m-1,m}) \ln y_{t,m-1} \ln y_{tm}(\lambda) . \quad (A12-2)
\end{aligned}$$

Enquanto que o somatório duplo,  $\frac{\lambda}{2} \sum_{j=1}^m \sum_{p=1}^m \beta_{jp} \ln y_{tj} \ln y_{tp}(\lambda)$ , tem  $m^2$  parcelas, (A12-2) só tem  $m + \frac{m^2 - m}{2} = \frac{m^2 + m}{2}$  parcelas.

Então, substituindo os dois somatórios duplos por (A12-1) e (A12-2), a equação do modelo translog fica,

$$\begin{aligned}
\ln q_t = & (\alpha_0 + \beta_0) + (\ln s_0 - \beta_0)(1 - \lambda)^t + \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln x_{ti} + \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_{ii}}{2} (\ln x_{ti})^2 + \sum_{k=2}^n \alpha_{1k} \ln x_{t1} \ln x_{tk} + \\
& + \sum_{k=3}^n \alpha_{2k} \ln x_{t2} \ln x_{tk} + \dots + \sum_{k=n-1}^n \alpha_{n-2,k} \ln x_{t,n-2} \ln x_{tk} + \alpha_{n-1,n} \ln x_{t,n-1} \ln x_{tn} + \\
& + \sum_{j=1}^m (\lambda \beta_j) \ln y_{tj}(\lambda) + \sum_{j=1}^m \left( \frac{\lambda}{2} \beta_{jj} \right) [\ln y_{tj}(\lambda)]^2 + \sum_{p=2}^m (\lambda \beta_{1p}) \ln y_{t1} \ln y_{tp}(\lambda) + \\
& + \sum_{p=3}^m (\lambda \beta_{2p}) \ln y_{t2} \ln y_{tp}(\lambda) + \dots + \sum_{p=m-1}^m (\lambda \beta_{m-2,p}) \ln y_{t,m-2} \ln y_{tp}(\lambda) + \\
& + (\lambda \beta_{m-1,m}) \ln y_{t,m-1} \ln y_{tm}(\lambda) .
\end{aligned}$$

Fazendo,  $\alpha_0 + \beta_0 = \alpha^{**}$ ,  $\ln s_0 - \beta_0 = \beta^{**}$ ,  $\frac{\alpha_{ii}}{2} = \alpha_{ii}^*$ ,  $\lambda \beta_j = \beta_j^*$ ,  $\frac{\lambda}{2} \beta_{jj} = \beta_{jj}^*$ ,  $\lambda \beta_{1p} = \beta_{1p}^*$ ,  $\lambda \beta_{2p} = \beta_{2p}^*$ , ...,  $\lambda \beta_{m-2,p} = \beta_{m-2,p}^*$ ,  $\lambda \beta_{m-1,m} = \beta_{m-1,m}^*$ , e juntando, aditivamente, uma variável residual aleatória,  $\varepsilon_t$ , para efeitos de estimação, fica,

$$\begin{aligned}
\ln q_t = & \alpha^{**} + \beta^{**}(1 - \lambda)^t + \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln x_{ti} + \sum_{i=1}^n \alpha_{ii}^* (\ln x_{ti})^2 + \sum_{k=2}^n \alpha_{1k} \ln x_{t1} \ln x_{tk} + \\
& + \sum_{k=3}^n \alpha_{2k} \ln x_{t2} \ln x_{tk} + \dots + \sum_{k=n-1}^n \alpha_{n-2,k} \ln x_{t,n-2} \ln x_{tk} + \alpha_{n-1,n} \ln x_{t,n-1} \ln x_{tn} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{j=1}^m \beta_j^* \ln y_{tj}(\lambda) + \sum_{j=1}^m \beta_{jj}^* [\ln y_{tj}(\lambda)]^2 + \sum_{p=2}^m \beta_{1p}^* \ln y_{t1} \ln y_{tp}(\lambda) + \\
& + \sum_{p=3}^m \beta_{2p}^* \ln y_{t2} \ln y_{tp}(\lambda) + \dots + \sum_{p=m-1}^m \beta_{m-2,p}^* \ln y_{t,m-2} \ln y_{tp}(\lambda) + \\
& + \beta_{m-1,m}^* \ln y_{t,m-1} \ln y_{tm}(\lambda) + \varepsilon_t .
\end{aligned}$$

## **ANEXO 13**

### **DESIGNAÇÕES ATRIBUÍDAS ÀS VARIÁVEIS NAS EQUAÇÕES DA PROCURA DE ELECTRICIDADE ESTIMADAS (PRESENTES NOS ANEXOS 14, 15, 16 E 17)**

LQ - logaritmo do consumo trimestral de electricidade pelas famílias, em kWh por habitante servido;

C - termo independente da equação;

T - variável temporal  $(1 - \lambda)^t$ ;

LX1 - logaritmo da taxa de potência (da electricidade), em escudos por trimestre - variável de curto prazo;

LX2 - logaritmo do preço marginal (da electricidade), em escudos por kWh - variável de curto prazo;

LX3 - logaritmo do preço médio (da electricidade), em escudos por kWh - variável de curto prazo;

LX4 - logaritmo do índice de preços do gás, com base em preços do primeiro trimestre de 1977 - variável de curto prazo;

LX5 - logaritmo do rendimento disponível *per capita*, a preços constantes do primeiro trimestre de 1977, em escudos - variável de curto prazo;

LX6 - logaritmo da temperatura - variável de curto prazo;

LY1 - o mesmo que LX1, mas sendo variável de longo prazo;

LY2 - o mesmo que LX2, mas sendo variável de longo prazo;

LY3 - o mesmo que LX3, mas sendo variável de longo prazo;

LY4 - o mesmo que LX4, mas sendo variável de longo prazo;

LY5 - logaritmo do índice de preços dos aparelhos eléctricos e não eléctricos, com base em preços do primeiro trimestre de 1977 - variável de longo prazo;

LY6 - o mesmo que LX5, mas sendo variável de longo prazo;

LX1LX2 - produto cruzado de LX1 por LX2;

LX2LX2 - produto cruzado de LX2 por LX2;

LX2LX6 - produto cruzado de LX2 por LX6;

LX6LX6 - produto cruzado de LX6 por LX6;

LY1LY1 - produto cruzado de LY1 por LY1;

LY1LY2 - produto cruzado de LY1 por LY2;

LY1LY5 - produto cruzado de LY1 por LY5;

LY3LY3 - produto cruzado de LY3 por LY3;

LY3LY6 - produto cruzado de LY3 por LY6;

LY4LY5 - produto cruzado de LY4 por LY5;

LY4LY6 - produto cruzado de LY4 por LY6.

## **ANEXO 14**

### **MODELO LOG-LINEAR COM O PREÇO MÉDIO - ESTIMAÇÃO E RESULTADOS**

TSP Version 4.1A  
 Copyright (C) 1985 TSP International  
 ALL RIGHTS RESERVED

In case of questions or problems, see your local TSP consultant or send a description of the problem and the associated TSP output to:

TSP International  
 P.O. Box 61015, Station A  
 Palo Alto, CA 94306  
 USA

# PROGRAM

LINE \*\*\*\*\*

```

1 name LINEAR;
1 freq q;
2 simpl 1977:1 1988:4;
3 load (file='[mr005l.decalc_grids]q.data') Q;
4 load (file='[mr005l.decalc_grids]t.data') T;
5 load (file='[mr005l.decalc_grids]x5.data') X5;
6 load (file='[mr005l.decalc_grids]x6.data') X6;
7 load (file='[mr005l.decalc_grids]ly4.data') LY4;
8 load (file='[mr005l.decalc_grids]ly6.data') LY6;
9 genr IQ=log(Q);
10 genr LX5=log(X5);
11 genr LX6=log(X6);
12 olsq IQ c T LX5 LX6 LY4 LY6;
13 set s=@S;
14 set s2=s^2;
15 mform(type=sym) VXXI=@COV;
16 ndiv VXXI s2 XXI;
17 inv XXI XX;
18 inv XX XXI data;
19 print data;
20 acl(method=corr) IQ c T LX5 LX6 LY4 LY6;
21 simpl 1977:2 1988:4;
22 genr IQESI=@FTI;
23 genr QESI=exp(IQESI);
24 print Q;
25 print QESI;
26 plot Q,*,QESI,+;
27 end;
```

# EXECUTION

\*\*\*\*\*

CURRENT SAMPLE : 1977:1 TO 1988:4

## EQUATION 1

\*\*\*\*\*

METHOD OF ESTIMATION = ORDINARY LEAST SQUARES

DEPENDENT VARIABLE: IQ

SUM OF SQUARED RESIDUALS = 0.742039E-01  
 STANDARD ERROR OF THE REGRESSION = 0.420328E-01  
 MEAN OF DEPENDENT VARIABLE = 4.75023  
 STANDARD DEVIATION = 0.135319  
 R-SQUARED = 0.913780  
 ADJUSTED R-SQUARED = 0.903515  
 DURBIN-WATSON STATISTIC = 1.0725  
 F-STATISTIC( 5, 42) = 89.0247  
 LOG OF LIKELIHOOD FUNCTION = 87.2223  
 NUMBER OF OBSERVATIONS = 48

VARIABLE	ESTIMATED COEFFICIENT	STANDARD ERROR	T-STATISTIC
C	-8.106989	2.842063	-2.852501
T	4.022915	4.497132	0.8945511
LX5	0.9601132	0.2892244	3.319614
LX6	-0.1613479	0.2031881E-01	-7.940817
LY4	-0.5700773E-02	0.2648425E-02	-2.152514
LY6	0.2702152E-01	0.2539440E-01	1.064074

DETERMINANT DA MATRIZ X'X (DETA) = 2.56157D+21

## EQUATION 2

\*\*\*\*\*

FIRST-ORDER SERIAL CORRELATION OF THE ERROR

COCHRANE-CRUIT ITERATIVE TECHNIQUE

CONVERGENCE ACHIEVED AFTER 3 ITERATIONS

FINAL VALUE OF RHO = 0.499314  
 STANDARD ERROR OF RHO = 0.126380  
 T-STATISTIC FOR RHO = 3.95088

STATISTICS BASED ON RHO-TRANSFORMED VARIABLES

\*\*\*\*\*

DEPENDENT VARIABLE: IQ

SUM OF SQUARED RESIDUALS = 0.529776E-01  
 STANDARD ERROR OF THE REGRESSION = 0.359463E-01  
 MEAN OF DEPENDENT VARIABLE = 2.38407  
 STANDARD DEVIATION = 0.862683E-01  
 R-SQUARED = 0.845249



ADJUSTED R-SQUARED = 0.826377  
 DUREIN-WALSON STATISTIC = 1.9627  
 F-STATISTIC( 5, 41) = 44.7885  
 LOG OF LIKELIHOOD FUNCTION = 92.8287  
 NUMBER OF OBSERVATIONS = 47

VARIABLE	ESTIMATED COEFFICIENT	STANDARD ERROR	T-STATISTIC
C	-8.418357	3.777167	-2.228749
T	8.226701	4.776464	1.722341
IX5	0.5327476	0.3126307	1.704079
IX6	-0.1539175	0.1569119E-01	-9.809167
IX4	-0.8663928E-02	0.4227571E-02	-2.049387
IX6	0.5195105E-01	0.2737906E-01	1.897474

CURRENT SAMPLE : 1977:2 TO 1988:4

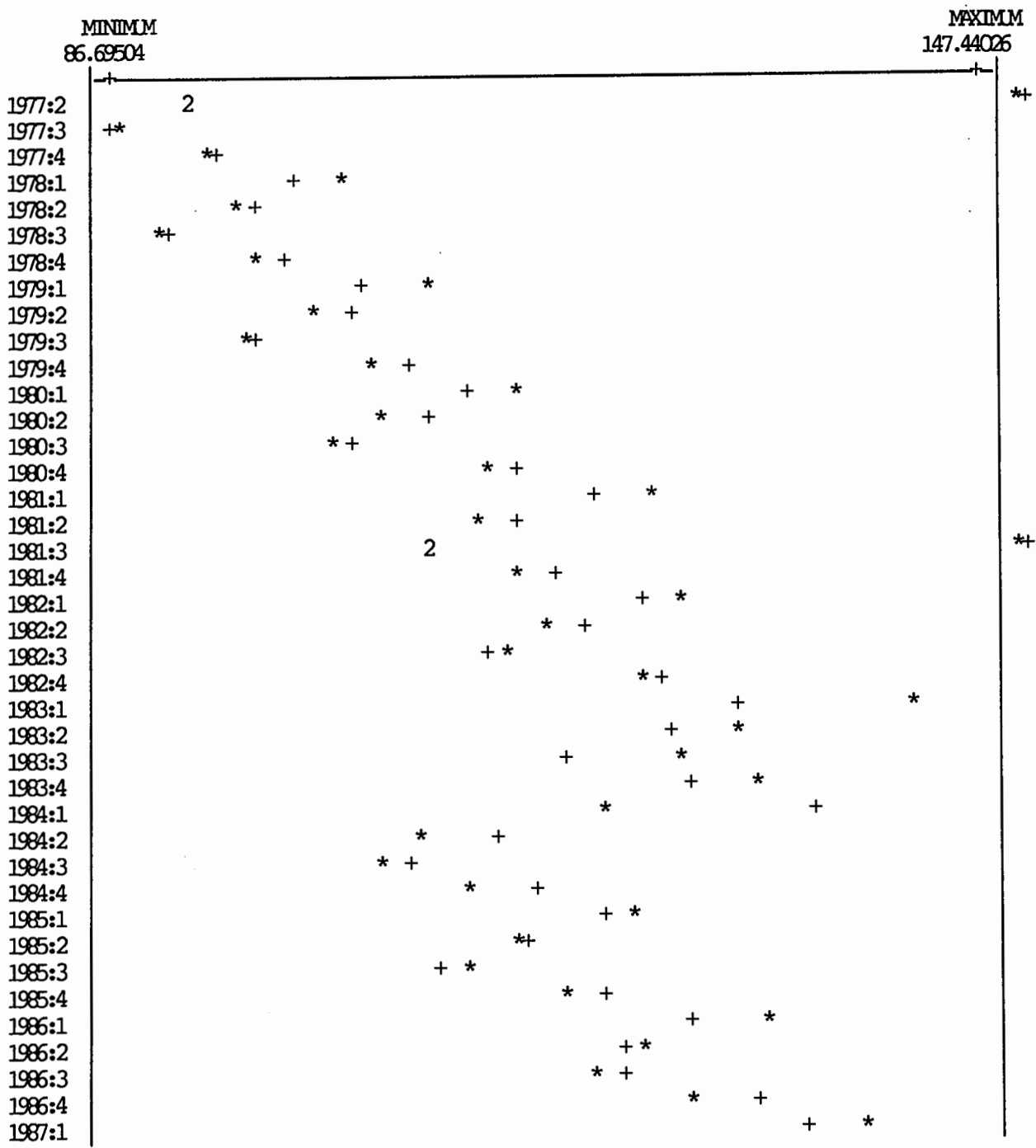
Q

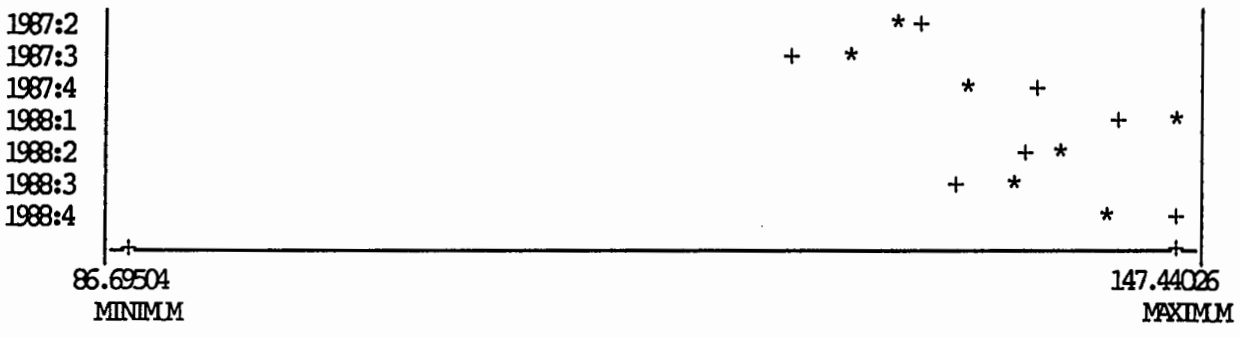
1977:2	92.14915
1977:3	87.04477
1977:4	93.43031
1978:1	103.10099
1978:2	95.26487
1978:3	90.16984
1978:4	96.89218
1979:1	108.87520
1979:2	100.70157
1979:3	96.19439
1979:4	105.08234
1980:1	114.89682
1980:2	105.52714
1980:3	102.09973
1980:4	112.83361
1981:1	124.31448
1981:2	112.61180
1981:3	109.12017
1981:4	114.82789
1982:1	126.28454
1982:2	117.14026
1982:3	114.09170
1982:4	123.51413
1983:1	142.42589
1983:2	130.72908
1983:3	126.58222
1983:4	131.70372
1984:1	121.06634
1984:2	108.07747
1984:3	105.43960
1984:4	111.48816
1985:1	123.47647
1985:2	114.93256
1985:3	111.99876
1985:4	118.45905
1986:1	132.71307
1986:2	123.95070
1986:3	120.19743
1986:4	127.18904
1987:1	139.35477
1987:2	131.39244
1987:3	128.72278
1987:4	135.02298
1988:1	147.44026
1988:2	140.43831
1988:3	137.80382
1988:4	143.51935

	QEST
1977:2	92.01830
1977:3	86.69504
1977:4	93.91950
1978:1	99.30373
1978:2	97.08749
1978:3	90.80131
1978:4	98.74382
1979:1	104.12958
1979:2	103.25098
1979:3	96.58331
1979:4	107.34212
1980:1	111.61862
1980:2	108.79465
1980:3	103.29185
1980:4	115.15370
1981:1	120.30687
1981:2	115.08141
1981:3	108.72651
1981:4	117.73046
1982:1	123.71656
1982:2	119.44824
1982:3	112.75043
1982:4	124.83234
1983:1	130.38922
1983:2	125.51917
1983:3	118.43954
1983:4	127.48608
1984:1	135.88034
1984:2	113.36171
1984:3	107.88692
1984:4	116.57962
1985:1	121.39502
1985:2	115.75108
1985:3	109.57184
1985:4	121.31464
1986:1	127.14944
1986:2	122.57568
1986:3	122.14061
1986:4	131.61668
1987:1	135.58752
1987:2	132.51343
1987:3	125.48440
1987:4	139.16913
1988:1	144.28813
1988:2	138.69333
1988:3	134.54803
1988:4	147.40517

TIME SERIES PLOT  
\*\*\*\*\*

Q PLOTTED WITH \* (VALORES REAIS)  
QST PLOTTED WITH + (VALORES ESTIMADOS)





\*\*\*\*\*  
END OF OUTPUT FOR USER LINEAR

MEMORY ALLOCATED (WORDS) : 20000  
MEMORY ACTUALLY REQUIRED : 3836 ( 19%)  
CURRENT VARIABLE STORAGE : 2123

## **ANEXO 15**

### **MODELO TRANSLOG COM O PREÇO MÉDIO - ESTIMAÇÃO E RESULTADOS**

TSP Version 4.1A  
Copyright (C) 1985 TSP International  
ALL RIGHTS RESERVED

In case of questions or problems, see your local TSP consultant or send a description of the problem and the associated TSP output to:

TSP International  
P.O. Box 61015, Station A  
Palo Alto, CA 94306  
USA

## PROGRAM

LINE \*\*\*\*\*

```

1 name TRANSLOG;
1 freq q;
2 smpl 1977:1 1988:4;
3 load (file='rm0051.decalc_grids;q.data') Q;
4 load (file='rm0051.decalc_grids;x6.data') X6;
5 load (file='rm0051.decalc_grids]ly3.data') LY3;
6 load (file='rm0051.decalc_grids]ly4.data') LY4;
7 load (file='rm0051.decalc_grids]ly3ly3.data') LY3LY3;
8 load (file='rm0051.decalc_grids]ly3ly6.data') LY3LY6;
9 load (file='rm0051.decalc_grids]ly4ly5.data') LY4LY5;
10 load (file='rm0051.decalc_grids]ly4ly6.data') LY4LY6;
11 genr IQ=log(Q);
12 genr LX6=log(X6);
13 olsq IQ c LX6 LY3 LY4 LY3LY3 LY3LY6 LY4LY5 LY4LY6;
14 set s=@S;
15 set s2=s^2;
16 mform(type=sym) VXXI=@VCOV;
17 mdiv VXXI s2 XXI;
18 inv XXI XX;
19 inv XX XXI data;
20 print data;
21 ar1(method=conc) IQ c LX6 LY3 LY4 LY3LY3 LY3LY6 LY4LY5 LY4LY6;
22 smpl 1977:2 1988:4;
23 genr IQEST=@FIT;
24 genr QEST=exp(IQEST);
25 print Q;
26 print QEST;
27 plot Q,*,QEST,+;
28 end;

```

## EXECUTION

\*\*\*\*\*

CURRENT SAMPLE : 1977:1 TO 1988:4



## EQUATION 1

\*\*\*\*\*

METHOD OF ESTIMATION = ORDINARY LEAST SQUARES

DEPENDENT VARIABLE: IQ

SUM OF SQUARED RESIDUALS = 0.750555E-01  
 STANDARD ERROR OF THE REGRESSION = 0.433173E-01  
 MEAN OF DEPENDENT VARIABLE = 4.75023  
 STANDARD DEVIATION = 0.135319  
 R-SQUARED = 0.912790  
 ADJUSTED R-SQUARED = 0.897528  
 DURBIN-WATSON STATISTIC = 0.8913  
 F-STATISTIC( 7, 40) = 59.8091  
 LOG OF LIKELIHOOD FUNCTION = 86.9484  
 NUMBER OF OBSERVATIONS = 48

VARIABLE	ESTIMATED COEFFICIENT	STANDARD ERROR	T-STATISTIC
C	4.800628	0.7885598E-01	60.87843
LX6	-0.1548518	0.2091111E-01	-7.405243
LY3	0.5386099	1.849717	0.2911850
LY4	-0.6121000	0.8257296	-0.7412838
LY3LY3	0.1908873E-01	0.2852377E-01	0.6692219
LY3LY6	-0.5965559E-01	0.2014370	-0.2961502
LY4LY5	-0.1478877E-01	0.1684593E-01	-0.8778841
LY4LY6	0.7448400E-01	0.8658998E-01	0.8601919

DETERMINANTE DA MATRIZ X'X (DETA) = 2.2247D+33

## EQUATION 2

\*\*\*\*\*

FIRST-ORDER SERIAL CORRELATION OF THE ERROR

COCHRAN-CRUIT ITERATIVE TECHNIQUE

CONVERGENCE ACHIEVED AFTER 1 ITERATIONS

FINAL VALUE OF RHD = 0.535395  
 STANDARD ERROR OF RHD = 0.121908  
 T-STATISTIC FOR RHD = 4.39181

STATISTICS BASED ON RHD-TRANSFORMED VARIABLES

\*\*\*\*\*

DEPENDENT VARIABLE: IQ

SUM OF SQUARED RESIDUALS = 0.383147E-01  
 STANDARD ERROR OF THE REGRESSION = 0.313437E-01  
 MEAN OF DEPENDENT VARIABLE = 2.21285

STANDARD DEVIATION = 0.837287E-01  
 R-SQUARED = 0.881188  
 ADJUSTED R-SQUARED = 0.859863  
 DURBIN-WATSON STATISTIC = 2.0255  
 F-STATISTIC( 7, 39) = 41.3215  
 LOG OF LIKELIHOOD FUNCTION = 100.444  
 NUMBER OF OBSERVATIONS = 47

VARIABLE	ESTIMATED COEFFICIENT	STANDARD ERROR	T-STATISTIC
C	3.839476	0.2755891	13.93189
IX6	-0.1502841	0.1338605E-01	-11.22691
IX3	5.509894	2.857882	1.927964
IX4	-1.999137	1.165435	-1.715357
IX3IX3	0.1925565	0.5268295E-01	3.655005
IX3IX6	-0.6348461	0.3166705	-2.004753
IX4IX5	-0.9510962E-01	0.2545599E-01	-3.736237
IX4IX6	0.2739234	0.1302605	2.102889

CURRENT SAMPLE : 1977:2 TO 1988:4

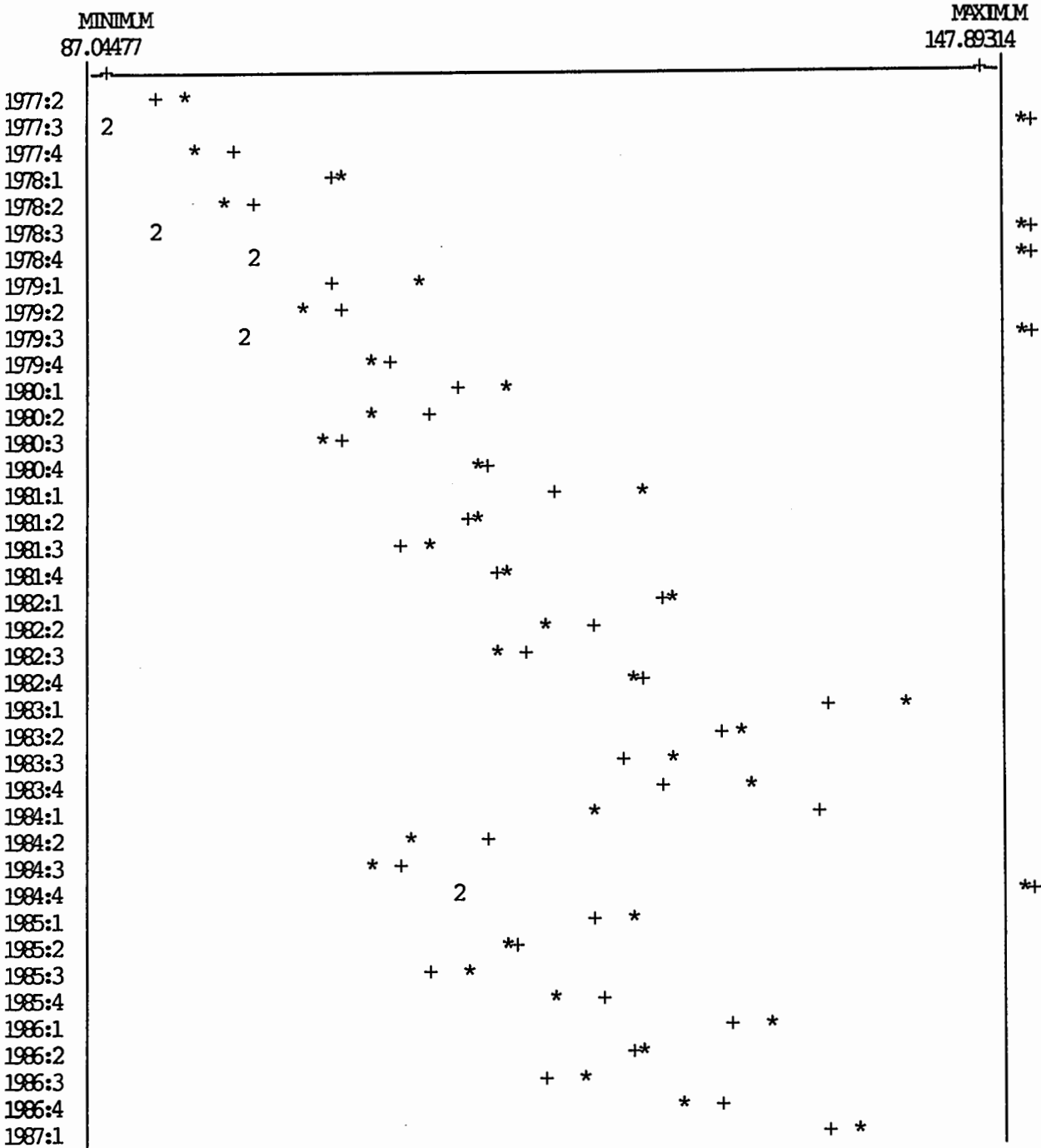
Q

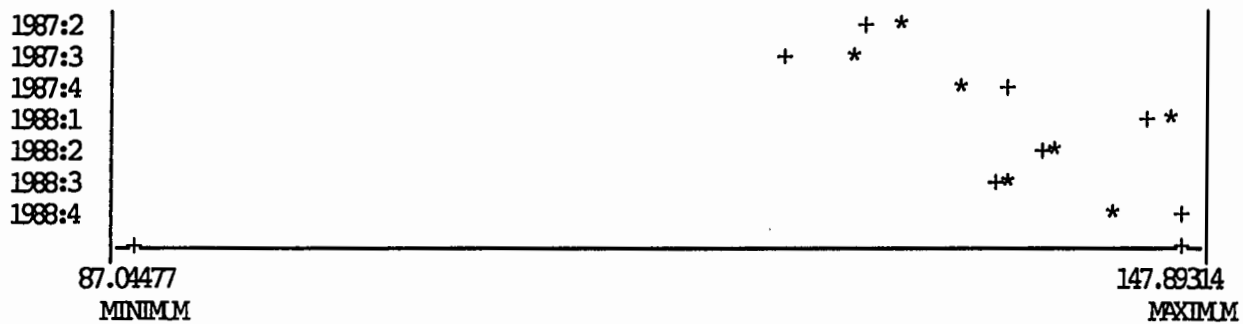
1977:2	92.14915
1977:3	87.04477
1977:4	93.43031
1978:1	103.10099
1978:2	95.26487
1978:3	90.16984
1978:4	96.89218
1979:1	108.87520
1979:2	100.70157
1979:3	96.19439
1979:4	105.08234
1980:1	114.89682
1980:2	105.52714
1980:3	102.09973
1980:4	112.83361
1981:1	124.31448
1981:2	112.61180
1981:3	109.12017
1981:4	114.82789
1982:1	126.28454
1982:2	117.14026
1982:3	114.09170
1982:4	123.51413
1983:1	142.42589
1983:2	130.72908
1983:3	126.58222
1983:4	131.70372
1984:1	121.06634
1984:2	108.07747
1984:3	105.43960
1984:4	111.48816
1985:1	123.47647
1985:2	114.93256
1985:3	111.99876
1985:4	118.45905
1986:1	132.71307
1986:2	123.95070
1986:3	120.19743
1986:4	127.18904
1987:1	139.35477
1987:2	131.39244
1987:3	128.72278
1987:4	135.02298
1988:1	147.44026
1988:2	140.43831
1988:3	137.80382
1988:4	143.51935

	QEST
1977:2	90.39362
1977:3	87.30257
1977:4	95.53322
1978:1	102.86938
1978:2	97.39845
1978:3	90.21596
1978:4	97.14028
1979:1	102.77858
1979:2	103.22149
1979:3	96.65910
1979:4	106.54726
1980:1	111.71175
1980:2	109.41432
1980:3	103.45012
1980:4	113.15714
1981:1	118.46964
1981:2	111.72645
1981:3	107.13344
1981:4	113.92321
1982:1	125.73962
1982:2	120.56766
1982:3	115.83174
1982:4	124.00431
1983:1	137.34622
1983:2	129.80602
1983:3	122.98217
1983:4	125.45747
1984:1	136.20853
1984:2	113.48448
1984:3	107.34790
1984:4	111.18940
1985:1	121.16405
1985:2	115.52901
1985:3	109.60894
1985:4	121.84383
1986:1	130.04980
1986:2	123.87299
1986:3	117.53790
1986:4	129.34718
1987:1	137.23689
1987:2	129.84465
1987:3	125.20193
1987:4	137.71228
1988:1	145.66048
1988:2	139.69896
1988:3	137.12039
1988:4	147.89314

TIME SERIES PLOT  
\*\*\*\*\*

Q PLOTTED WITH \* (VALORES REAIS)  
QST PLOTTED WITH + (VALORES ESTIMADOS)





\*\*\*\*\*  
END OF OUTPUT FOR USER TRANSLOG

MEMORY ALLOCATED (WORDS) : 20000  
MEMORY ACTUALLY REQUIRED : 4710 ( 24%)  
CURRENT VARIABLE STORAGE : 2489

## **ANEXO 16**

### **MODELO LOG-LINEAR COM A TAXA DE POTÊNCIA E O PREÇO MARGINAL - ESTIMAÇÃO E RESULTADOS**



TSP Version 4.1A  
Copyright (C) 1985 TSP International  
ALL RIGHTS RESERVED

In case of questions or problems, see your local TSP consultant or send a description of the problem and the associated TSP output to:

TSP International  
P.O. Box 61015, Station A  
Palo Alto, CA 94306  
USA

# PROGRAM

LINE \*\*\*\*\*

```

1 name LINEAR;
1 freq q;
2 smpl 1977:1 1988:4;
3 load (file='[mm0051.decalc_grids]q.data') Q;
4 load (file='[mm0051.decalc_grids]x1.data') X1;
5 load (file='[mm0051.decalc_grids]x6.data') X6;
6 load (file='[mm0051.decalc_grids]ly1.data') LY1;
7 load (file='[mm0051.decalc_grids]ly2.data') LY2;
8 load (file='[mm0051.decalc_grids]ly4.data') LY4;
9 load (file='[mm0051.decalc_grids]ly5.data') LY5;
10 genr IQ=log(Q);
11 genr LX1=log(X1);
12 genr LX6=log(X6);
13 olsq IQ c LX1 LX6 LY1 LY2 LY4 LY5;
14 set s=@S;
15 set s2=s^2;
16 mform(type=sym) VXXI=@COV;
17 ndiv VXXI s2 XXI;
18 inv XXI XX;
19 inv XX XXI data;
20 print data;
21 ar1(method=corr) IQ c LX1 LX6 LY1 LY2 LY4 LY5;
22 smpl 1977:2 1988:4;
23 genr IQEST=@FIT;
24 genr QEST=exp(IQEST);
25 print Q;
26 print QEST;
27 plot Q,*,QEST,+;
28 end;
```

# EXECUTION

CURRENT SAMPLE : 1977:1 TO 1988:4

EQUATION 1  
\*\*\*\*\*

METHOD OF ESTIMATION = ORDINARY LEAST SQUARES

DEPENDENT VARIABLE: IQ

SUM OF SQUARED RESIDUALS = 0.483109E-01  
STANDARD ERROR OF THE REGRESSION = 0.343266E-01  
MEAN OF DEPENDENT VARIABLE = 4.75023  
STANDARD DEVIATION = 0.135319  
R-SQUARED = 0.943866  
ADJUSTED R-SQUARED = 0.935651  
DURBIN-WATSON STATISTIC = 1.4192  
F-STATISTIC( 6, 41) = 114.898  
LOG OF LIKELIHOOD FUNCTION = 97.5221  
NUMBER OF OBSERVATIONS = 48

VARIABLE	ESTIMATED COEFFICIENT	STANDARD ERROR	T-STATISTIC
C	5.865990	0.4485337	13.07815
IX1	-0.2058419	0.8048397E-01	-2.557552
IX6	-0.1685038	0.1715143E-01	-9.824474
IX1	0.3151623	0.4178818E-01	7.541901
IX2	-0.7621875E-01	0.1564027E-01	-4.873238
IX4	-0.6116897E-01	0.1110159E-01	-5.509927
IX5	-0.2848187	0.4301785E-01	-6.620943

DETERMINANTE DA MATRIZ X'X (DETA) = 8.60392D+29

EQUATION 2  
\*\*\*\*\*

FIRST-ORDER SERIAL CORRELATION OF THE ERROR

COCHRANE-COULT FTERATIVE TECHNIQUE

CONVERGENCE ACHIEVED AFTER 2 ITERATIONS

FINAL VALUE OF RHD = 0.251210  
STANDARD ERROR OF RHD = 0.141187  
T-STATISTIC FOR RHD = 1.77927

STATISTICS BASED ON R-D-TRANSFORMED VARIABLES  
\*\*\*\*\*

DEPENDENT VARIABLE: IQ

SUM OF SQUARED RESIDUALS = 0.376289E-01  
STANDARD ERROR OF THE REGRESSION = 0.306712E-01  
MEAN OF DEPENDENT VARIABLE = 3.56148  
STANDARD DEVIATION = 0.107967

R-SQUARED = 0.929825  
 ADJUSTED R-SQUARED = 0.919299  
 DURBIN-WATSON STATISTIC = 1.8661  
 F-STATISTIC( 6, 40) = 88.3337  
 LOG OF LIKELIHOOD FUNCTION = 100.868  
 NUMBER OF OBSERVATIONS = 47

VARIABLE	ESTIMATED COEFFICIENT	STANDARD ERROR	T-STATISTIC
C	5.551556	0.4121871	13.46853
IX1	-0.1636237	0.7362829E-01	-2.222294
IX6	-0.1592421	0.1509090E-01	-10.55220
IX1	0.3046595	0.4668965E-01	6.525203
IX2	-0.7689773E-01	0.1636699E-01	-4.698341
IX4	-0.6919485E-01	0.1242480E-01	-5.569091
IX5	-0.2631853	0.4918491E-01	-5.350937

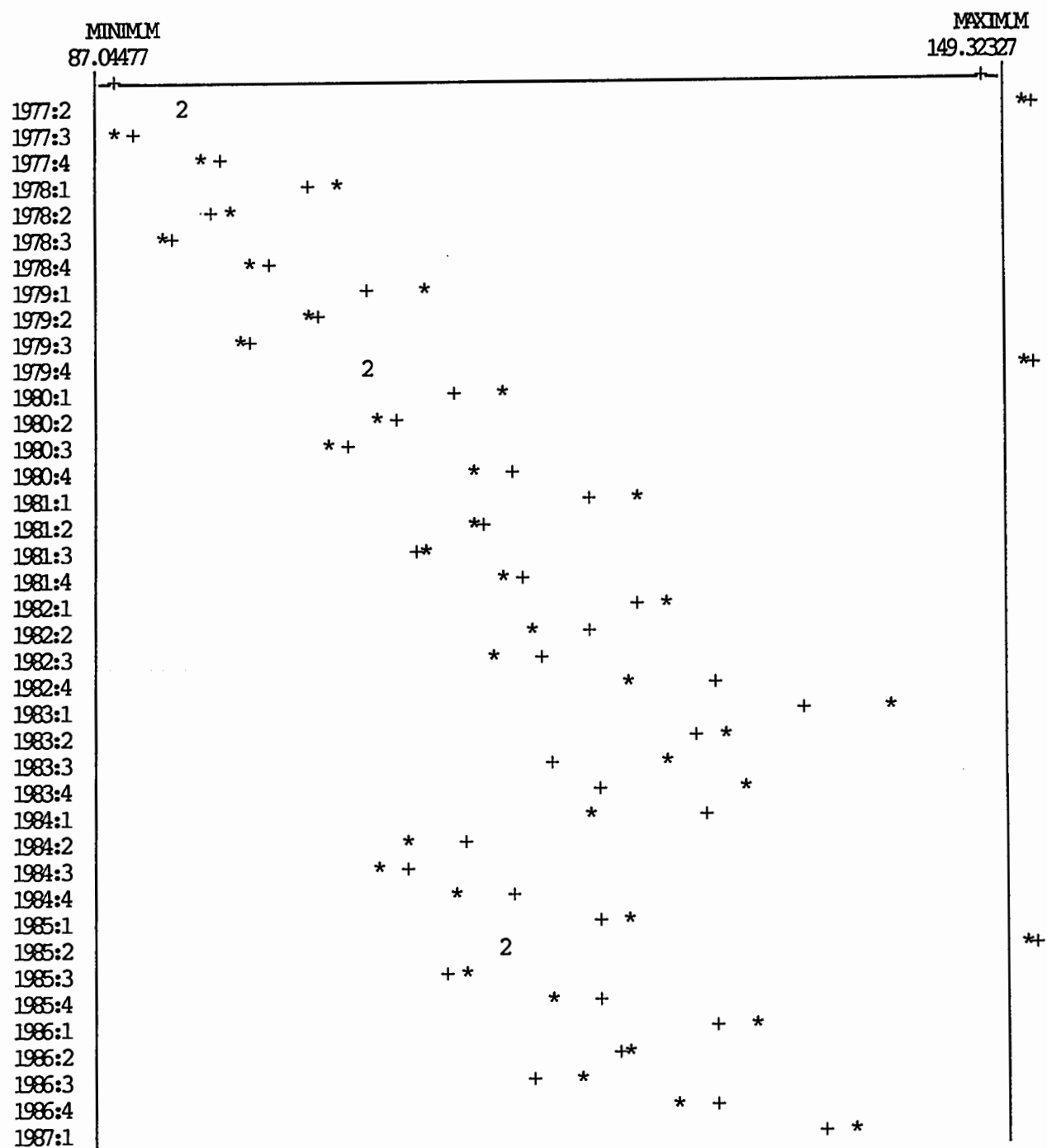
CURRENT SAMPLE : 1977:2 TO 1988:4

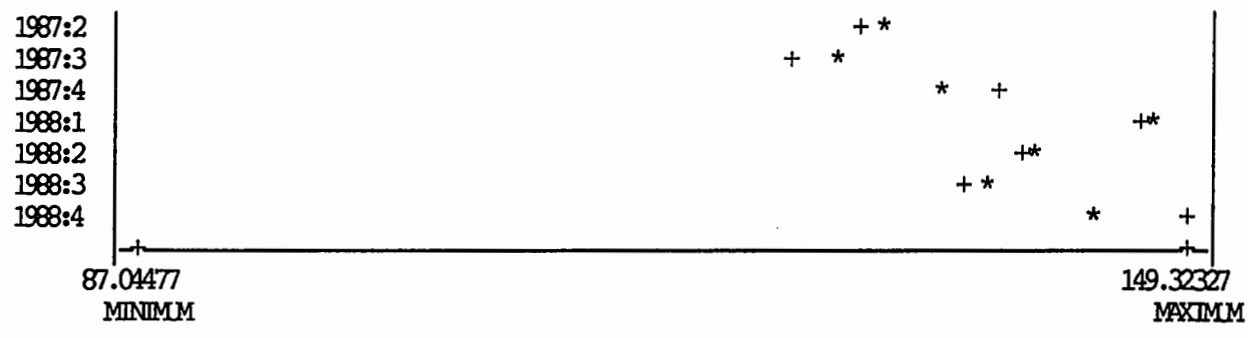
	Q
1977:2	92.14915
1977:3	87.04477
1977:4	93.43031
1978:1	103.10099
1978:2	95.26487
1978:3	90.16984
1978:4	96.89218
1979:1	108.87520
1979:2	100.70157
1979:3	96.19439
1979:4	105.08234
1980:1	114.89682
1980:2	105.52714
1980:3	102.09973
1980:4	112.83361
1981:1	124.31448
1981:2	112.61180
1981:3	109.12017
1981:4	114.82789
1982:1	126.28454
1982:2	117.14026
1982:3	114.09170
1982:4	123.51413
1983:1	142.42589
1983:2	130.72908
1983:3	126.58222
1983:4	131.70372
1984:1	121.06634
1984:2	108.07747
1984:3	105.43960
1984:4	111.48816
1985:1	123.47647
1985:2	114.93256
1985:3	111.99876
1985:4	118.45905
1986:1	132.71307
1986:2	123.95070
1986:3	120.19743
1986:4	127.18904
1987:1	139.35477
1987:2	131.39244
1987:3	128.72278
1987:4	135.02298
1988:1	147.44026
1988:2	140.43831
1988:3	137.80382
1988:4	143.51935

	QEST
1977:2	91.74845
1977:3	88.57837
1977:4	94.71761
1978:1	100.79696
1978:2	94.15563
1978:3	91.09312
1978:4	98.30639
1979:1	104.99373
1979:2	101.29497
1979:3	96.70432
1979:4	105.30299
1980:1	111.13517
1980:2	106.82833
1980:3	103.62801
1980:4	115.21582
1981:1	120.73893
1981:2	113.67306
1981:3	108.60826
1981:4	116.09422
1982:1	124.68005
1982:2	121.14082
1982:3	117.64960
1982:4	129.94951
1983:1	136.21930
1983:2	128.41553
1983:3	118.18555
1983:4	121.42686
1984:1	129.44473
1984:2	111.90160
1984:3	107.84064
1984:4	115.12098
1985:1	121.46548
1985:2	115.06676
1985:3	110.84245
1985:4	121.92937
1986:1	130.03691
1986:2	122.90314
1986:3	117.06119
1986:4	129.89952
1987:1	137.57130
1987:2	129.90070
1987:3	125.62186
1987:4	138.34135
1988:1	146.26991
1988:2	139.39215
1988:3	136.37892
1988:4	149.32327

TIME SERIES PLOT  
\*\*\*\*\*

Q PLOTTED WITH \* (VALORES REAIS)  
QST PLOTTED WITH + (VALORES ESTIMADOS)





\*\*\*\*\*  
END OF OUTPUT FOR USER LINEAR

MEMORY ALLOCATED (WORDS) : 20000  
MEMORY ACTUALLY REQUIRED : 4308 ( 22%)  
CURRENT VARIABLE STORAGE : 2345



## **ANEXO 17**

### **MODELO TRANSLOG COM A TAXA DE POTÊNCIA E O PREÇO MARGINAL - ESTIMAÇÃO E RESULTADOS**

TSP Version 4.1A  
Copyright (C) 1985 TSP International  
ALL RIGHTS RESERVED

In case of questions or problems, see your local TSP consultant or send a description of the problem and the associated TSP output to:

TSP International  
P.O. Box 61015, Station A  
Palo Alto, CA 94306  
USA

PROGRAM

LINE \*\*\*\*\*

```

1 name TRANSLOG;
1 freq q;
2 smpl 1977:1 1988:4;
3 load (file='[mm0051.decalc_grids]q.data') Q;
4 load (file='[mm0051.decalc_grids]x1.data') X1;
5 load (file='[mm0051.decalc_grids]x2.data') X2;
6 load (file='[mm0051.decalc_grids]x6.data') X6;
7 load (file='[mm0051.decalc_grids]ly1.data') LY1;
8 load (file='[mm0051.decalc_grids]ly6.data') LY6;
9 load (file='[mm0051.decalc_grids]ly1ly1.data') LY1LY1;
10 load (file='[mm0051.decalc_grids]ly1ly2.data') LY1LY2;
11 load (file='[mm0051.decalc_grids]ly1ly5.data') LY1LY5;
12 genr IQ=log(Q);
13 genr LX1=log(X1);
14 genr LX2=log(X2);
15 genr LX6=log(X6);
16 genr LX2LX2=LX2*LX2;
17 genr LX6LX6=LX6*LX6;
18 genr LX1LX2=LX1*LX2;
19 genr LX2LX6=LX2*LX6;
20 olsq IQ c LX2 LX6 LX2LX2 LX6LX6 LX1LX2 LX2LX6 LY1 LY6 LY1LY1 LY1LY2 LY1LY5;
21 set s=@S;
22 set s2=s^2;
23 mform(type=sym) VXXI=@COV;
24 ndiv VXXI s2 XXI;
25 inv XXI XX;
26 inv XX XXI deta;
27 print deta;
28 ar1(method=corr) IQ c LX2 LX6 LX2LX2 LX6LX6 LX1LX2 LX2LX6 LY1 LY6 LY1LY1 LY1LY2 LY1LY5;
29 smpl 1977:2 1988:4;
30 genr IQEST=@FIT;
31 genr QEST=exp(IQEST);
32 print Q;
33 print QEST;
34 plot Q,*,QEST,+;
35 end;
```

EXECUTION

CURRENT SAMPLE : 1977:1 TO 1988:4

EQUATION 1  
\*\*\*\*\*

METHOD OF ESTIMATION = ORDINARY LEAST SQUARES

DEPENDENT VARIABLE: IQ

SUM OF SQUARED RESIDUALS = 0.245518E-01  
STANDARD ERROR OF THE REGRESSION = 0.261150E-01  
MEAN OF DEPENDENT VARIABLE = 4.75023  
STANDARD DEVIATION = 0.135319  
R-SQUARED = 0.971472  
ADJUSTED R-SQUARED = 0.962756  
DURBIN-WATSON STATISTIC = 1.3972  
F-STATISTIC( 11, 36) = 111.448  
LOG OF LIKELIHOOD FUNCTION = 113.767  
NUMBER OF OBSERVATIONS = 48

VARIABLE	ESTIMATED COEFFICIENT	STANDARD ERROR	T-STATISTIC
C	5.418231	0.2581816	20.98612
LX2	1.706251	0.3264934	5.225989
LX6	-0.6338781	0.2124130	-2.984177
LX2LX2	0.2966261	0.6043136E-01	4.908479
LX6LX6	0.8602593E-01	0.4478036E-01	1.921064
LX2LX2	-0.3422421	0.5973136E-01	-5.729689
LX2LX6	0.3739627E-01	0.1627958E-01	2.297127
LY1	-0.1782067	0.5899166E-01	-3.020880
LX6	0.4800372E-01	0.2837447E-01	1.691793
LY1LY1	0.5037927E-01	0.6685414E-02	7.535700
LY1LY2	-0.1656913E-01	0.4467309E-02	-3.708973
LY1LY5	-0.3538167E-01	0.6528517E-02	-5.419556

DETERMINANT OF MATRIX X'X (DETA) = 8.50706D+37

## EQUATION 2

\*\*\*\*\*

FIRST-ORDER SERIAL CORRELATION OF THE ERROR

COCHRAN-CRUIT ITERATIVE TECHNIQUE

CONVERGENCE ACHIEVED AFTER 4 ITERATIONS

FINAL VALUE OF RHO = 0.337885

STANDARD ERROR OF RHO = 0.137286

T-STATISTIC FOR RHO = 2.46117

STATISTICS BASED ON RHO-TRANSFORMED VARIABLES

\*\*\*\*\*

DEPENDENT VARIABLE: IQ

SUM OF SQUARED RESIDUALS = 0.191890E-01  
 STANDARD ERROR OF THE REGRESSION = 0.234149E-01  
 MEAN OF DEPENDENT VARIABLE = 3.15015  
 STANDARD DEVIATION = 0.996854E-01  
 R-SQUARED = 0.958021  
 ADJUSTED R-SQUARED = 0.944828  
 DURBIN-WATSON STATISTIC = 1.9389  
 F-STATISTIC( 11, 35) = 72.6140  
 LOG OF LIKELIHOOD FUNCTION = 116.694  
 NUMBER OF OBSERVATIONS = 47

VARIABLE	ESTIMATED COEFFICIENT	STANDARD ERROR	T-STATISTIC
C	5.100833	0.2201142	23.17358
IX2	1.479243	0.3384807	4.370244
IX6	-0.4841558	0.1582994	-3.058482
IX2IX2	0.3481331	0.6825384E-01	5.100564
IX6IX6	0.5932852E-01	0.3268979E-01	1.814894
IX2IX2	-0.3166363	0.6154011E-01	-5.145202
IX2IX6	0.3031098E-01	0.1430212E-01	2.119335
IX1	-0.2114299	0.6950750E-01	-3.041829
IX6	0.6222585E-01	0.3335863E-01	1.865360
IX1IX1	0.5445476E-01	0.7600388E-02	7.164735
IX1IX2	-0.1954865E-01	0.5387168E-02	-3.628743
IX1IX5	-0.3702216E-01	0.7490583E-02	-4.942494

CURRENT SAMPLE : 1977:2 TO 1988:4

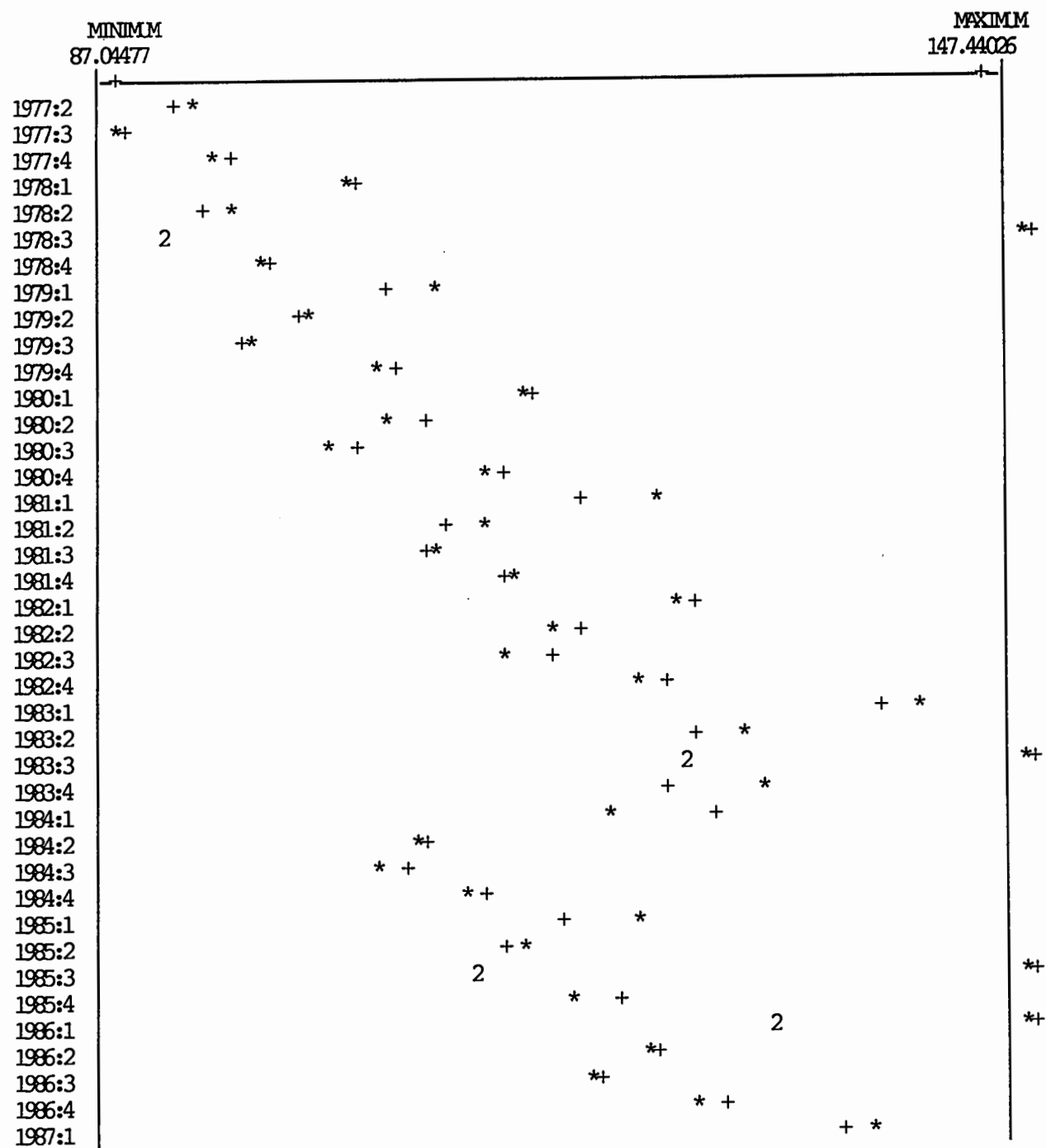
Q

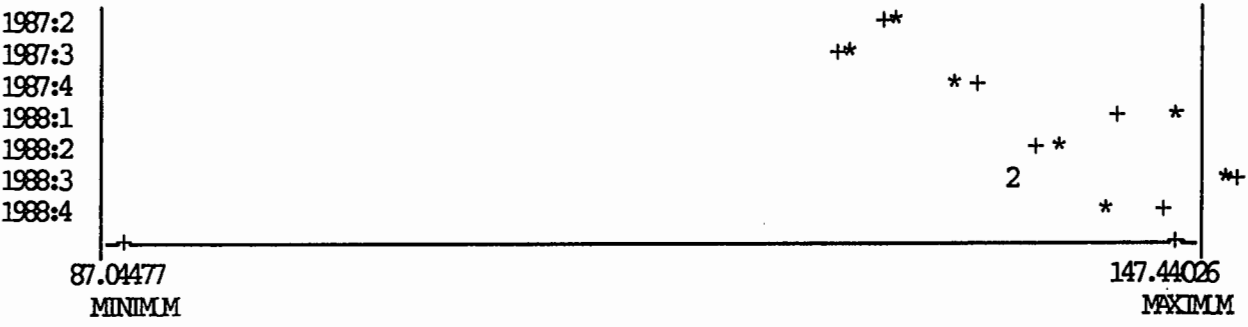
1977:2	92.14915
1977:3	87.04477
1977:4	93.43031
1978:1	103.10099
1978:2	95.26487
1978:3	90.16984
1978:4	96.89218
1979:1	108.87520
1979:2	100.70157
1979:3	96.19439
1979:4	105.08234
1980:1	114.89682
1980:2	105.52714
1980:3	102.09973
1980:4	112.83361
1981:1	124.31448
1981:2	112.61180
1981:3	109.12017
1981:4	114.82789
1982:1	126.28454
1982:2	117.14026
1982:3	114.09170
1982:4	123.51413
1983:1	142.42589
1983:2	130.72908
1983:3	126.58222
1983:4	131.70372
1984:1	121.06634
1984:2	108.07747
1984:3	105.43960
1984:4	111.48816
1985:1	123.47647
1985:2	114.93256
1985:3	111.99876
1985:4	118.45905
1986:1	132.71307
1986:2	123.95070
1986:3	120.19743
1986:4	127.18904
1987:1	139.35477
1987:2	131.39244
1987:3	128.72278
1987:4	135.02298
1988:1	147.44026
1988:2	140.43831
1988:3	137.80382
1988:4	143.51935

	QESIT
1977:2	91.25685
1977:3	87.53558
1977:4	95.14734
1978:1	103.57233
1978:2	93.17039
1978:3	90.31685
1978:4	98.11485
1979:1	106.09241
1979:2	100.03573
1979:3	95.59354
1979:4	106.66738
1980:1	115.90075
1980:2	108.68861
1980:3	103.70220
1980:4	114.18720
1981:1	119.19693
1981:2	109.66959
1981:3	108.38590
1981:4	113.84306
1982:1	127.33031
1982:2	118.97348
1982:3	117.42564
1982:4	125.34566
1983:1	139.80545
1983:2	127.16109
1983:3	126.50604
1983:4	125.57287
1984:1	128.37317
1984:2	108.31625
1984:3	107.26020
1984:4	112.69373
1985:1	118.08360
1985:2	114.04855
1985:3	111.89338
1985:4	121.62864
1986:1	132.36476
1986:2	124.71459
1986:3	120.84347
1986:4	129.50215
1987:1	137.49037
1987:2	130.37703
1987:3	128.01019
1987:4	135.94489
1988:1	144.08490
1988:2	139.05869
1988:3	137.94205
1988:4	146.68045

TIME SERIES PLOT  
\*\*\*\*\*

Q PLOTTED WITH \* (VALORES REAIS)  
QEST PLOTTED WITH + (VALORES ESTIMADOS)







\*\*\*\*\*  
END OF OUTPUT FOR USER TRANSLOG

MEMORY ALLOCATED (WORDS) : 20000  
MEMORY ACTUALLY REQUIRED : 6900 ( 35%)  
CURRENT VARIABLE STORAGE : 3567